

<b>Problemes Curs de Física</b>	<h1 style="margin: 0;">7. Elasticitat</h1>
---------------------------------	--

**Problemes recomanats**

- 1** Una barra d'acer de 2.0 m de llarg té una secció de  $0.30 \text{ cm}^2$ . Es penja una màquina de 550 kg de la barra. Determina la tensió, la deformació i l'elongació de la barra.

Sol: tensió  $1.8 \times 10^8 \text{ Pa}$ , deformació  $9.0 \times 10^{-4}$ , elongació 1.8 mm.

- 2** Un aram té una longitud de 3 m i una àrea de secció transversal de  $0.2 \text{ cm}^2$ . ¿Sota quina càrrega augmentarà la seua longitud en 0.05 cm? ( $Y_{\text{acer}} = 2.1 \times 10^{11} \text{ Pa}$ )

Sol: 700 N

- 3** Un fil de 80 cm de llarg i 0.3 cm de diàmetre s'estira 0.3 mm mitjançant una força de 20 N. Si un altre fil del mateix material, temperatura i història prèvia, té una longitud de 180 cm i un diàmetre de 8 mm, ¿quina força es requerirà per allargar-lo fins a una longitud de 180.1 cm?

Sol: 210.7 N.

- 4** Tres barres estàn soldades pels seus extrems formant una única barra. La primera barra té una longitud de 0.55 m, una secció transversal de  $420 \text{ mm}^2$  i està feta de coure. La segona té una longitud de 0.75 m, una secció transversal de  $390 \text{ mm}^2$  i està feta de ferro fos. La tercera barra té una longitud de 0.45 m, una secció transversal de  $405 \text{ mm}^2$  i està feta d'alumini. Si s'apliquen forces de 10 kN a un extrem de la barra i a l'altre, ¿quant s'allargarà? ( $Y_{\text{Cu}} = 1.1 \times 10^{11} \text{ Pa}$ ,  $Y_{\text{Fe}} = 10^{11} \text{ Pa}$ ,  $Y_{\text{Al}} = 7 \times 10^{10} \text{ Pa}$ .)

Sol: 0.47 mm.

- 5** El coure te una densitat de  $8.9 \text{ g/cm}^3$  i cada àtom pesa  $1.05 \times 10^{-22} \text{ g}$ . ¿Quina és la distància de separació entre àtoms en un cristall cúbic de coure?

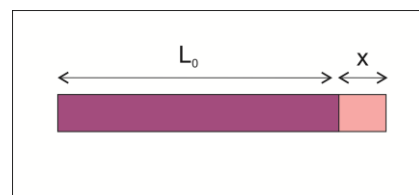
Sol:  $2.28 \times 10^{-10} \text{ m}$ .

- 6** Una barra de coure de mòdul de Young  $Y$ , densitat  $\rho$  i longitud  $L$  es suspèn per un dels seus caps del sostre. S'ha de trobar l'allargament de la barra,  $\Delta L$ , sota l'acció del seu propi pes.

Sol:  $\rho g L^2 / 2Y$

- 7** Una barra elàstica de modul de Young  $Y$ , secció  $A$  i longitud inicial  $L_0$ , s'estira baix l'acció d'una tensió i la seua llargària s'incrementa una longitud  $x$ .

- (a) Calcula el treball de deformació.
- (b) A partir de l'expressió de l'energia potencial de la llei de Hooke, calcula la constant  $k$  d'un sistema elàstic equivalent a la barra.



- 8** Una premsa hidràulica conté  $0.25 \text{ m}^3$  (250 L) de oli. Troba el decreixement de volum de l'oli quan es subjecta a un increment de pressió de  $\Delta p = 1.6 \times 10^7 \text{ Pa}$  (unes 160 atm). El mòdul de compressibilitat de l'oli és  $B = 5.0 \times 10^9 \text{ Pa}$  (prop de  $5.0 \times 10^4 \text{ atm}$ ), i la compressibilitat és  $k = 1/B = 20 \times 10^{-6} \text{ atm}^{-1}$ .

Sol: -0.32%.

- 9 La compressibilitat de l'aigua és únicament unes 80 vegades la de l'acer (de manera que és 80 vegades més fàcil comprimir aigua que acer):

$$k_{aigua} = 5 \times 10^{-5} \text{ atm}^{-1} = 5 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$$

$$k_{acer} = 6 \times 10^{-7} \text{ atm}^{-1} = 6 \times 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$$

Trobeu la pressió que fa falta per a comprimir aigua i acer un 1%.

- 10 La deformació de compressió màxima que pot resistir el formigó, sense perill d'erosionar-se, està al voltant del 0.1%. ¿Quina és l'altura màxima d'una construcció de formigó de secció transversal constant? Tenint en compte el mateix criteri, ¿quina és l'altura màxima d'una construcció d'acer de secció transversal constant? ( $\rho_{\text{formigó}} = 2.4 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ;  $Y_{\text{formigó}} = 2.3 \times 10^{10} \text{ Pa}$ ;  $\rho_{\text{acer}} = 7.8 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ;  $Y_{\text{acer}} = 2 \times 10^{11} \text{ Pa}$ .)

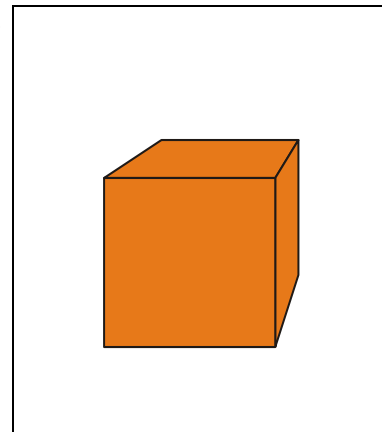
Sol: 976 m, 2613 m.

- 11 Una esfera metàlica de radi  $R$  i compressibilitat  $k$  està submergida en un fluid. Si la pressió s'incrementa en  $\Delta p$ ,

- (a) ¿Quin serà el canvi del radi,  $\Delta R$ ?
- (b) ¿Quina serà la variació de l'area,  $\Delta A$ ?

- 12 Un bloc cúbic de coure massís, amb mòdul de volum  $B = 14 \times 10^{10} \text{ Pa}$ , té un volum  $V_0 = 1 \text{ cm}^3$  a pressió ambient ( $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ).

- (a) Determina el canvi de volum quan es troba immers en un fluid a pressió 11 atm.
- (b) Determina la relació entre l'area externa, i el volum del cos,  $A(V)$ .
- (c) Diferenciant l'expressió  $A(V)$ , troba el canvi de superfície que correspon a un canvi de volum menut,  $\Delta V$ . Calcula  $\Delta A$  quan passem el cub d'1 atm a 11 atm.

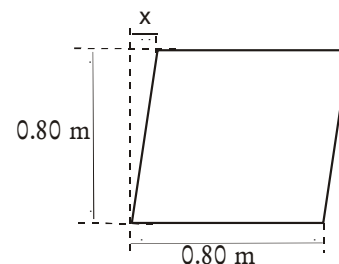


- 13 ¿Quant és necessari augmentar la pressió per disminuir el volum d'una esfera de mercuri que té 6 cm de diàmetre en un 0.05%? ¿Quina és la disminució en el volum de l'esfera sota aquesta pressió?

Sol: 130 atm,  $5.65 \times 10^{-8} \text{ m}^3$

- 14 La base d'una escultura en el carrer és un quadrat de llautó de 0.80 m de costat i 0.50 cm de gruix. Aquesta base experimenta forces de cisallament a causa d'un terratrèmol. ¿Quina força tangent s'ha d'exercir en cada costat si el desplaçament  $x$  és 0.16 mm?

Sol:  $2.8 \times 10^4 \text{ N}$ .



- 15 Un cub d'acer que fa 5 m de costat es sotmet a una força de tall de 2000 N mentre es manté subjecta una de les seues cares. Calculeu la deformació unitària de tall en aquest cub. ( $S_{\text{acer}} = 8 \times 10^{10} \text{ Pa}$ .)

Sol:  $\phi = 10^{-9}$

- 16** Si l'esforç de tall sobre l'acer es fa major que  $4.8 \times 10^8$  Pa aproximadament, es trenca. Determineu la força necessària per a:
- Tallar un vis d'acer d'1 cm de diàmetre.
  - Perforar un orifici d'1 cm de diàmetre en una placa d'acer de 0.5 cm de gruix.

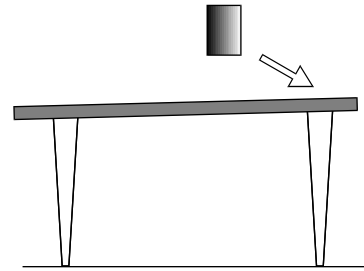
Sol: a) 37700 N, b) 75400 N.

- 17** Un cable de secció  $3.00 \text{ cm}^2$  té un límit elàstic de  $2.40 \times 10^8$  Pa. Troba la màxima acceleració cap a amunt que es pot donar a un ascensor de 1200 kg suportat pel cable si l'esforç de tensió no ha d'excedir un terç del límit elàstic.

- 18** Un fil d'aram (llautó) ha de sostenir un esforç de tensió de 350 N sense trencar-se. ¿Quin ha de ser el mínim diàmetre del fil d'aram?

**Material auxiliar**

**19** Una taula té tres potes d'1.00 m de longitud. La quarta pota és més llarga en una xicoteta distància  $d=0.50$  mm, de manera que la taula es balanceja lleugerament. Es col·loca un pesat cilindre d'acer, de massa  $M=290$  kg, sobre la taula, de manera que les quatre potes es comprimeixen i la taula ja no es balanceja. Les potes són cilindres de fusta de secció  $A=1.0$  cm<sup>2</sup>. El mòdul de Young de la fusta és  $Y=1.3 \times 10^{10}$  Pa. Suposeu que la taula està horitzontal i que les potes no es corben. ¿Quina és la força que exerceix el sòl sobre cada una de les potes?



**20** El pou de potencial corresponent a un àtom en una xarxa cúbica amb separació entre àtoms  $x_0$  ve donat per

$$U(x) = -\frac{b}{d^2 + x^2}, \quad b > 0, d > 0.$$

- a) Troba la tensió de tracció final que pot suportar el cristall.
- b) Determina la relació exacta tensió-deformació per a les deformacions longitudinals.
- c) Troba el valor de  $Y$  per a  $x \ll d$ , de manera que siga vàlida aproximadament la llei de Hooke (per baix del límit de proporcionalitat).
- d) ¿Per a quin valor de  $x/d$  te la relació de proporcionalitat un error del 20 per cent?

Sol: a)  $F / A = 0.65b / d^3 x_0^{-2}$

b)  $F / A = 2bx / x_0^2 (d^2 + x^2)^2$ , sent  $x = x_0 \Delta L / L$ .

c)  $Y = 2b / x_0 d^4$ . d)  $x = 0.344d$ .

**Material auxiliar**

**Taula: mòduls elàstics**

<b>Material</b>	<b>Mòdul de Young Y (Pa)</b>	<b>Resistència a la tracció (Pa)</b>	<b>Mòdul de cisallament S (Pa)</b>	<b>Mòdul de compressibilitat B (Pa)</b>
acer (ASTM-A36)	$20 \times 10^{10}$	$400 \times 10^6$		
alumini	$6.9 \times 10^{10}$	$110 \times 10^6$	$7.5 \times 10^{10}$	$7.2 \times 10^{10}$
coure	$12 \times 10^{10}$	$230 \times 10^6$	$4.4 \times 10^{10}$	$13 \times 10^{10}$
ferro (forjat)	$19 \times 10^{10}$	$390 \times 10^6$	$7.7 \times 10^{10}$	$14 \times 10^{10}$
formigó	$2.3 \times 10^{10}$	$2 \times 10^6$		
os (a tracció)	$1.6 \times 10^{10}$	$200 \times 10^6$		
os (a compressió)	$0.9 \times 10^{10}$	$170 \times 10^6$		
llautó	$8.6 \times 10^{10}$	$370 \times 10^6$	$3.5 \times 10^{10}$	$6 \times 10^{10}$
vidre	$6.9 \times 10^{10}$	$50 \times 10^6$	$4.3 \times 10^{10}$	$4.3 \times 10^{10}$

Aquests valors poden variar segons les característiques de la mostra de material.