

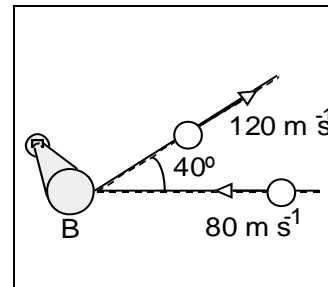
5. Moment lineal i centre de masses

Problemes recomanats

- 1 Determineu la força constant que s'ha d'aplicar durant 0.005 s a una pilota de golf de 0.10 kg de massa, inicialment en repòs, perquè deixi el terra amb una velocitat de 40 ms^{-1} .

Sol: 800 N.

- 2 Es llença una pilota de beisbol amb una velocitat de 80 m s^{-1} cap a un batejador. Després que la pilota és colpejada pel bat B, té una velocitat de 120 m s^{-1} en la direcció indicada a la figura. Si el bat i la pilota estan en contacte durant 0.015 s, determineu la força de percussió mitjana aplicada sobre la pilota durant l'impacte.



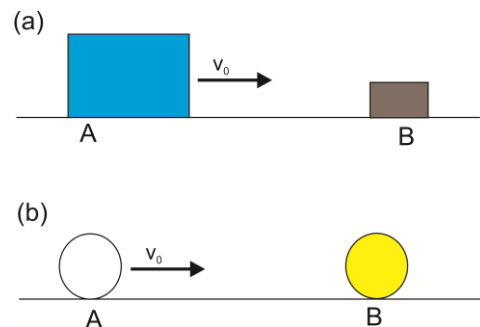
- 3 Dos automòbils que es mouen a 40 km h^{-1} en sentit oposat xoquen. Les masses d'un i de l'altre són de 1.500 kg i 3.200 kg, respectivament. Després de la col·lisió els dos es queden units.

- ¿Quina és la velocitat del conjunt després de la col·lisió?
- ¿Quin és el canvi de velocitat de cada automòbil després del xoc?
- ¿Quina fracció de l'energia cinètica inicial queda després del xoc?

Sol: a) 4.02 m s^{-1} ; b) -7.09 m s^{-1} , 15.1 m s^{-1} ; c) 0.13.

- 4 Determina la velocitat final dels dos cossos en una col·lisió elàstica

- Si $m_A \gg m_B$
- Si $m_A = m_B$



- 5 Un projectil de 2 g de massa, que es mou en direcció horitzontal amb una velocitat de 500 ms^{-1} , s'ha disparat contra un bloc de fusta d'1 kg de massa, inicialment en repòs sobre una superfície horitzontal. El projectil travessa el bloc i ix del mateix amb la velocitat disminuïda a 100 ms^{-1} . El bloc llisca 20 cm sobre la superfície des de la seua posició inicial.
- ¿Quin és el coeficient dinàmic de fregament entre el bloc i la superfície?
 - ¿Quant va disminuir l'energia cinètica del projectil?
 - ¿Quina era l'energia cinètica del bloc només ser travessat pel projectil?

Sol: (a) 0.163 ; (b) 240 J; (c) 1.0 ms^{-1} .

- 6 Una molècula d'hidrogen es mou a velocitat $\mathbf{v}_{\text{H}_2} = 2300\mathbf{i} + 2800\mathbf{j} \text{ m s}^{-1}$ i col·lisiona amb un àtom d'oxigen que es mou a velocitat $\mathbf{v}_{\text{O}} = -1100\mathbf{i} \text{ m s}^{-1}$. A conseqüència de la interacció es forma una molècula d'aigua. Calculeu:
- La velocitat de l'aigua en l'instant posterior a la col·lisió.
 - Si la velocitat angular inicial de l'hidrogen era $1400 \text{ k rad s}^{-1}$, doneu la velocitat angular de l'aigua.

Dades: $I_{\text{H}_2} = 0.6 \text{ uma } \text{Å}^2$; $I_{\text{H}_2\text{O}} = 1.6 \text{ uma } \text{Å}^2$;

- 7 Una molècula de metà reacciona amb dues d'oxigen per formar aigua i diòxid de carbó. Si els reactius estaven inicialment en repòs i la velocitat lineal d'una de les molècules d'aigua és $1000\mathbf{i} + 3000\mathbf{j} \text{ rad s}^{-1}$ i la del diòxid de carbó és $500\mathbf{i} - 1000\mathbf{j} + 1000\mathbf{k} \text{ rad s}^{-1}$, calculeu la velocitat de l'altra molècula d'aigua. ¿Quina és l'energia alliberada en el procés? ¿d'on ix?
- 8 Una molècula de metà reacciona amb dues d'oxigen per formar aigua i diòxid de carbó. Si els reactius estaven inicialment en repòs i la velocitat lineal d'una de les molècules d'aigua és $100\mathbf{i} + 300\mathbf{j} \text{ m s}^{-1}$ i la del diòxid de carbó és $50\mathbf{i} - 100\mathbf{j} \text{ m s}^{-1}$. Si l'entalpia (energia) de formació de metà, oxigen, aigua i diòxid de carbó son -77.5 , 0 , -285.8 i -393 kJ/mol , respectivament
- Quanta energia s'allibera en la reacció?
 - Quanta energia han perdut les molècules si considerem menyspreable les aportacions de rotació i vibració de les molècules després de la reacció?
 - És aquesta reacció possible?

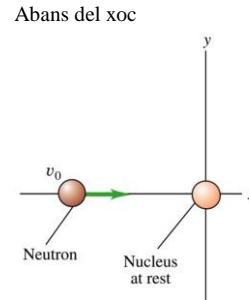
Nota: $1 \text{ uma} = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

9 Un àtom de ^{190}Pt en repòs decau a un àtom de ^{186}Os emetent una partícula alfa (de 4 uma, $^4\alpha$). L'energia cinètica total de les dues partícules resultants és $5.2 \times 10^{-13}\text{J}$. Calculeu:

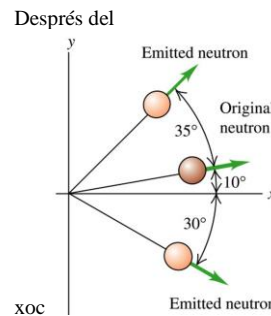
- a) La velocitat de cadascuna de les partícules resultants del decaïment del ^{190}Pt .
- b) L'energia de cadascuna d'aquestes partícules
- c) L'energia que generaria un mol d'àtoms de ^{190}Pt .

Recordeu $1\text{ kg} = 6.023 \times 10^{26}\text{ uma}$.

4 La fissió es produeix quan un neutró col·lisió amb un nucli d'urani de pes atòmic 235 uma (^{235}U), dividint-lo en un àtom de ^{141}Ba i un altre de ^{92}Kr . En aquest procés s'allibera energia que es pot utilitzar per produir electricitat i dos neutrons més que poden fissionar altres nuclis d'urani, mantenint la reacció en marxa. Suposem que el neutró iniciador de la reacció es movia en la direcció x amb velocitat inicial $v_0 = 5 \times 10^6\text{ m s}^{-1}$, cap al nucli d'urani que estava en repòs i que els nuclis de bari i criptó es mouen en les direccions $+z$ i $-z$ respectivament.

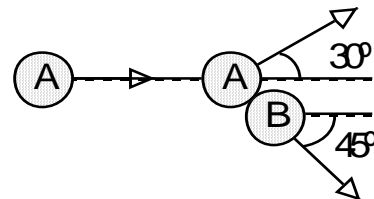


- a) Si tots els neutrons es mouen en el pla que indica la figura i el neutró inicial té una velocitat després del xoc de $v'_0 = 2.5 \times 10^6\text{ m s}^{-1}$, calculeu la velocitat dels altres dos neutrons.
- b) Si l'energia total alliberada és de 210 MeV, Calculeu la velocitat dels àtoms de Ba i Kr suposant que la seua energia de rotació és menyspreable.



Dades: $1\text{ uma} = 1.66 \times 10^{-27}\text{ kg}$

10 Un disc d'hokei, B , es troba en repòs sobre una superfície de gel llisa i és colpejat per un segon disc, A , que inicialment es movia amb una velocitat de 30 m s^{-1} . El disc A és desviat 30° de la seua direcció inicial. El disc B afaga una velocitat que forma un angle de 45° amb la velocitat inicial d' A .



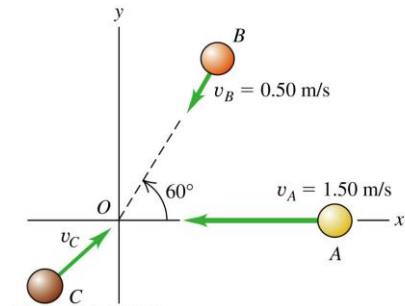
- a) Calculeu la velocitat de cada disc després del xoc.
- b) ¿És el xoc perfectament elàstic? Si no és així, ¿quina fracció de l'energia cinètica inicial del disc A es perd?

Sol: (a) $v_A = 22.0\text{ m/s}$; $v_B = 15.5\text{ m/s}$; (b) No, 0.196.

- 11 Un coet de 1 kg es dispara a 50 m/s amb un angle de 60° respecte de l'horitzontal. Després de 10 s explota en 3 trossos de $m_1 = 400$ g, $m_2 = 300$ g i $m_3 = 300$ g que ixen amb una velocitat $\vec{v}_1 = (10, -30)$ m/s $\vec{v}_2 = (40, 20)$ m/s i \vec{v}_3 .

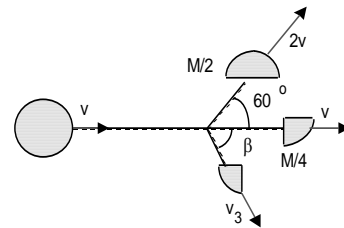
- Quines seran la posició i la velocitat del coet en el moment de l'explosió?
- Quina serà la velocitat del 3er bloc en el moment de l'explosió?
- Suposant que no es desprèn calor en el moment de l'explosió, quina és l'energia alliberada per aquesta? Compareu-la amb l'energia inicial del coet.

- 12 Les esferes A, de 0.020 kg; B, de 0.030 kg; i C, de 0.050 kg, s'acosten a l'origen lliscant sobre una taula sense fricció. Les velocitats inicials de A i B s'indiquen en la figura. Les 3 esferes arriben a l'origen simultàniament i s'apeguen. Quines components x, y ha de tenir la velocitat inicial de C si els tres objectes queden en repòs després del xoc?



- 13 Una partícula lliure, de massa M i velocitat v, es desintegra en tres trossos sota l'acció de forces internes. Si es coneixen les masses dels tres fragments, així com les velocitats —en mòdul i direcció— dels dos primers (els valors s'indiquen en la figura),

- Determineu el vector velocitat del tercer fragment (és a dir, v_3 i β en la figura).
- Demostreu que no es conserva l'energia cinètica. ¿Quanta energia es perd?
- ¿Quina és la velocitat del centre de masses després de l'explosió?

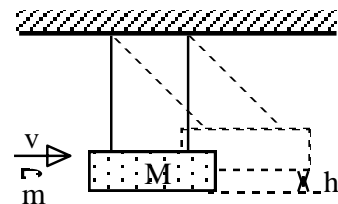


Sol: a) $v_3 = 3.6 v$, $\beta = 73.7^\circ$.

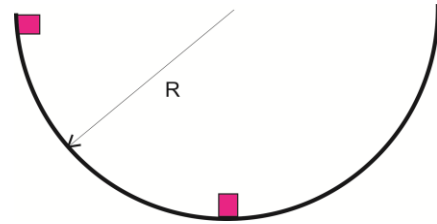
- 14 En aquest problema considerem l'utilització d'un pèndol balístic, amb el qual podem determinar la velocitat d'una bala. Quan una bala de massa $m = 8$ g impacta sobre el bloc de massa $M = 4.3$ kg, aquest s'alça una altura $h = 6$ cm.

- ¿Quina és la velocitat de la bala abans de l'impacte?
- Calculeu la fracció de l'energia mecànica del sistema (bala + bloc) que roman després de la col·lisió.

Sol.: a) 613 m s⁻¹ b) 0.2%

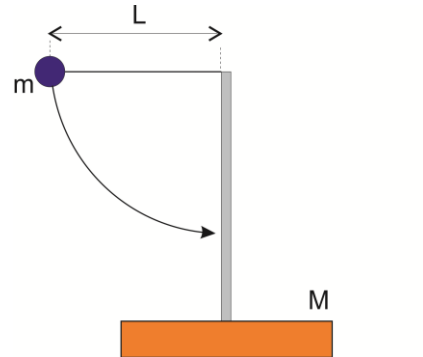


- 15 Dues masses idèntiques es solten des del repòs en una pista semiesfèrica de radi R , des de les posicions que es mostren en la figura. Es poden negligir les friccions entre les masses i la superfície de la pista. Si s'apeguen quan xoquen, ¿a quina altura arriben després de xocar?

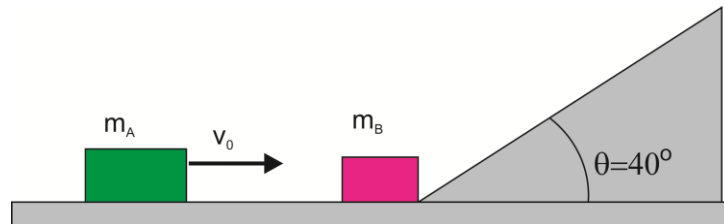


- 16 La bola colpeja el pal i hi queda adherida. El coeficient de fregament del tauló amb el terra és μ

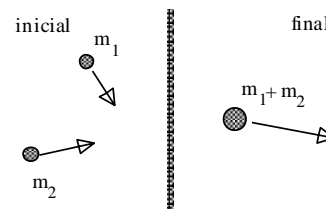
- a) ¿Quina és la velocitat de la bola quan colpeja el pal?
 b) Quina distància recorre el tauló en el terra?



- 17 Una caixa de 2 kg es llança a 7 m/s contra una altra de 5 kg que està en repòs. Després de la col·lisió les dues masses queden unides. Calcula l'altura màxima a que arriben les caixes, si el coeficient de fregament en la rampa és $\mu = 0.1$.



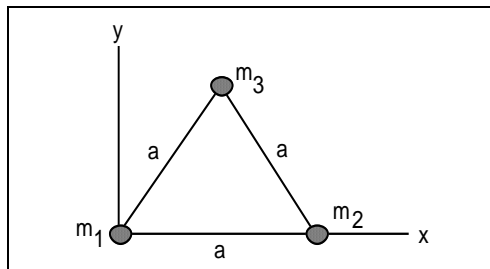
- 18 Trobeu l'expressió de l'energia absorbida $Q = \Delta E_c$ en una reacció de captura d'un neutró, de massa m_1 i velocitat v_1 , per un protó d'un àtom d'hidrogen, de massa m_2 i velocitat v_2 , en la que es forma un nucli de deuteri. El procés és totalment inelàstic. Expressu Q en funció de la velocitat relativa v_r d'ambdues partícules,



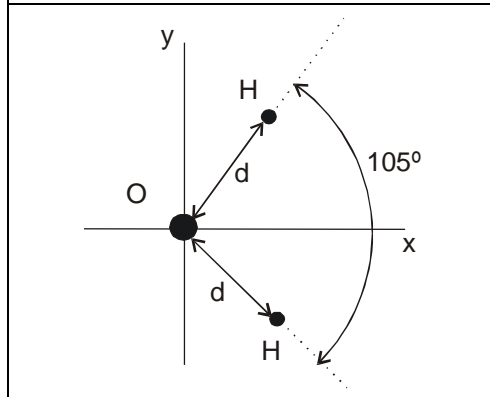
$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$$

Sol.: $Q = -\frac{1}{2} \mu v_r^2$ amb $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

- 19 Tenim tres partícules de masses $m_1 = 0.3 \text{ kg}$, $m_2 = 0.7 \text{ kg}$ i $m_3 = 2 \text{ kg}$, situades als vèrtexs d'un triangle equilàter de costat $a = 45 \text{ cm}$. ¿On es troba el centre de masses?

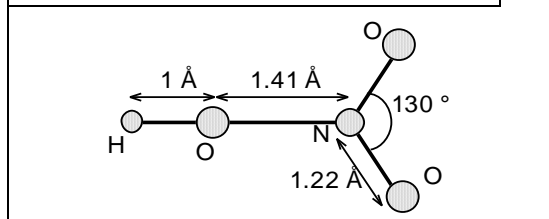


- 20 La figura mostra un model simple de la molècula d'aigua. Es representa cada àtom com un punt ja que quasi tota la massa de cada àtom està concentrada en el seu nucli, què és unes 10^{-5} voltes el tamany total de l'àtom. El valor de d és $0.957 \times 10^{-10} \text{ m}$. Troba la posició del centre de masses.



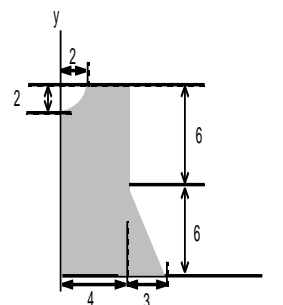
Sol: $x_{cm} = 6.5 \text{ pm}$

- 21 La molècula de HNO_3 té la disposició que s'indica en la figura. Determineu el centre de masses, tractant els àtoms com partícules.



Sol: $y_{CM} = 2.29 \text{ \AA}$ ($y_H = 0$)

- 22 Considerem la superfície sombreada de la figura, que es compona d'un rectangle, un triangle i una superfície negativa que és un quadrant de cercle. Determineu el centre de gravetat. Les mesures vénen indicades en cm.



Sol: $R_G = (2.57, 5.05) \text{ cm}$.

- 23 Determineu la posició del CM d'una barreta de longitud $2L$ formada per dues meitats de densitats constants ρ_1 i ρ_2 .



Sol: $x_{CM} = \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{2(\rho_1 + \rho_2)} L$

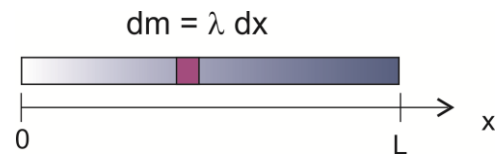
- 24 Una barreta de longitud L te densitat lineal variable

$$\lambda = \frac{\gamma x}{L^2}$$

Determineu la massa total,

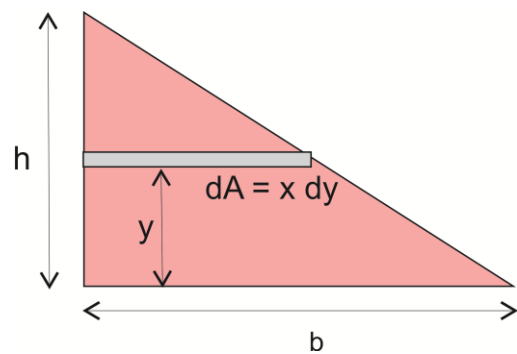
$$M = \int_0^L dm$$

i la posició del CM.



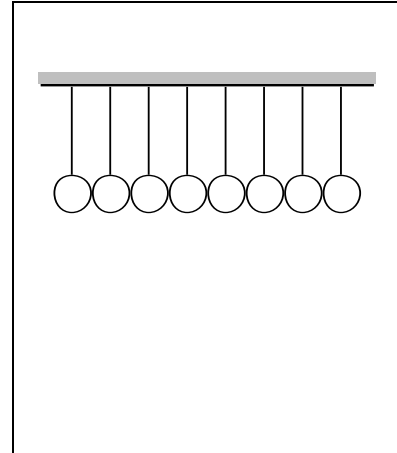
- 25 Determineu la superfície total A , i la posició del CM, y_{cm} , d'una placa homogènia triangular com es mostra en la figura.

El càlcul es fa per integració amb l'element d'àrea dA .

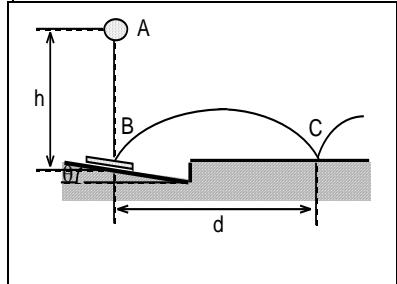


Material auxiliar

- 26 Considerem el següent conjunt de boles penjants, totes amb idèntica massa m . Si s'agafen dues boles, s'alcen i després es deixen anar, per l'altre extrem ixen llançades també dues boles, amb el mateix moment que tenien a l'instant de l'impacte les que es van deixar anar, de manera que el moment lineal es conserva. Però el moment també podria conservar-se si isquera llançada una sola bola amb el doble de la velocitat que tenien en l'instant de l'impacte cada una de les dues anteriors. Expliqueu per què açò últim no passa mai.



- 27 Una pilota A s'amolla des d'una alçada h sobre una placa rígida sense fregament en B i rebota al punt C que es troba a la mateixa alçada que B . Si l'angle d'inclinació del pla $\theta = 20^\circ$ i el coeficient de restitució entre la pilota i la placa és $e = 0.40$, determineu la distància d .



- 28 Un bloc de 30 kg es deixa caure des d'una alçada de 2 m sobre el plat de 10 kg d'una bàscula de resort. Considereu que el xoc és perfectament plàstic i determineu el desplaçament màxim del plat. La constant del resort és $k = 20 \text{ kN m}^{-1}$.

Sol: $d = 225 \text{ mm}$.

