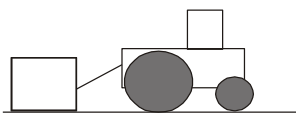


Problemes Curs de física	4. Treball i energia
---------------------------------	-----------------------------

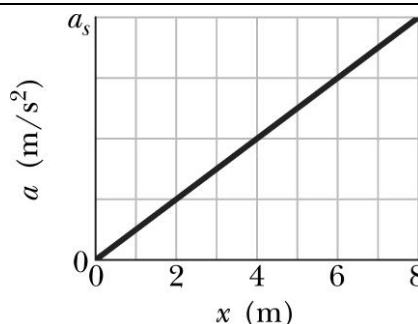
Problemes recomanats

1 Un tractor arrossega una càrrega de troncs al llarg de 20.0 m. El pes de la càrrega és 14700 N. El tractor exerceix una força constant de 5000 N amb un angle de 36.9° sobre l'horitzontal. Existeix una força de fricció de 3500 N oposada al moviment. S'ha de trobar el treball efectuat per cada força que actua sobre la càrrega i el treball total efectuat per totes les forces. Si la velocitat inicial és 2.0 m/s, ¿quina és la velocitat final?



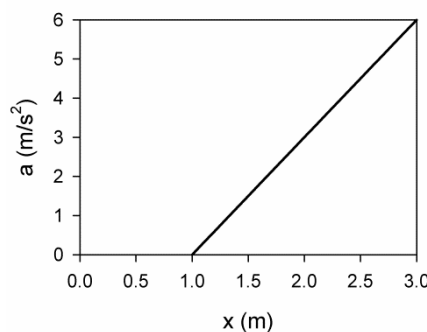
Sol: $W_T = 10 \text{ kJ}$

2 Un bloc de 10 kg es mou al llarg de l'eix x . La seua acceleració en funció de la posició es mostra en la figura. L'escala de l'eix vertical de la figura és $a_s = 20.0 \text{ m/s}^2$. ¿Quin és el treball realitzat per la força sobre el bloc, que causa l'acceleració del bloc quan es mou de $x = 0$ a $x = 8.0 \text{ m}$?



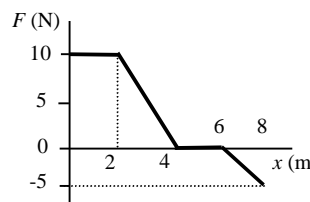
3 Un bloc de 2 kg es mou al llarg de l'eix x . La seua acceleració en funció de la posició es mostra en la figura.

- a) Quin és el treball realitzat per la força sobre el bloc, que causa l'acceleració del bloc quan es mou de $x = 1.0$ a $x = 2.0 \text{ m}$?
- b) Si el bloc estava inicialment en repòs, quina serà velocitat en $x = 2 \text{ m}$.



4 Un bloc de massa 5 kg es mou en línia recta sobre una superfície horitzontal sense fregament, sota la influència d'una força que varia amb la posició en la manera com es mostra a la figura.

- a) ¿Quin treball fa la força en moure's el bloc des de l'origen fins a $x = 8 \text{ m}$?
- b) Si la velocitat de la partícula en passar per l'origen era de 4 m/s, ¿amb quina velocitat passa pel punt $x = 8 \text{ m}$?

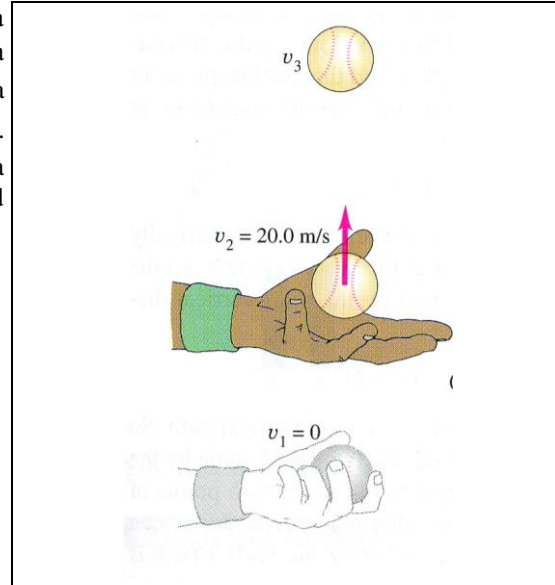


Sol: a) $W = 25 \text{ J}$; b) $v = 5.1 \text{ m/s}$

- 5 Un cos que inicialment es trobava en repòs en la posició inicial x_0 , està sotmès a una força
- $$F = -Cx^2 + D$$
- Doneu l'acceleració inicial
 - Trobeu el treball realitzat per la força en dur la partícula de la posició inicial a l'origen.
 - Utilitzant el teorema de treball-energia, trobeu l'expressió de la velocitat en funció de la posició.
- 6 La força que actua sobre una partícula de 80 g te la forma
- $$F = 3z^2 - z$$
- Calcula:
- Trobeu el treball realitzat per la força en dur la partícula de la posició inicial a l'origen.
 - Utilitzant el teorema de treball-energia, trobeu l'expressió de la velocitat en funció de la posició.
- 7 Una persona que pesa 50 kg puja corrents l'escala d'un edifici de 433 m en 15.0 minuts. ¿Quina és la potència mitjana desenvolupada en kilowatts?
- Sol: 0.241 kW
- 8 Un motor fora-borda de 80 cavalls amb el gas a tope pot dur un bot a 22 nus (=11 m/s). ¿Quina és l'empenta (força) que exerceix el motor?
- Sol: 5400 N
- 9 Un cotxe de massa $m = 750$ kg circula per una carretera anivellada, amb velocitat 54 km h^{-1} , quan el motor desenrotlla una potència de 10 CV.
- ¿Quant val la suma de totes les resistències (fregament, arrossegament de l'aire, etc.) que actuen sobre l'automòbil?
 - ¿Quina potència caldrà que desenrotlle el motor per a pujar una costera del 10% a 54 km h^{-1} ?
 - ¿Quina potència serà necessària per a baixar un pendent del 3% a 54 km h^{-1} ?
 - ¿Quin pendent permetrà que l'automòbil el davalle a 54 km h^{-1} sense funcionar el motor?
- Sol: a) $F=497$ N; b) $P=24.8$ CV; c) $P=5.6$ CV; d) 6.7%
- 10 Un cos de 6 kg de massa es mou al llarg de l'eix OX sota l'acció d'una força depenent del temps (i dirigida al llarg d'aquest eix) que ve donada per l'expressió $F = 3 + 2t$, on F és en newtons si t és en segons. El cos es troba en repòs, a l'origen, a l'instant $t = 0$.
- Trobeu l'expressió de l'acceleració, velocitat i posició de la partícula en funció del temps.
 - Expresseu la potència desenrotllada per aquesta força en funció del temps.
 - Calculeu el treball efectuat per la força durant els primers cinc segons de moviment.

- 11 S'impulsa amb la ma una pilota de massa $m = 0.150 \text{ kg}$, des del repòs, al llarg d'una distància $y = 0.50 \text{ m}$, de manera que la pilota adquireix una velocitat de $v_2 = 20 \text{ m/s}$. Suposant que la ma exerceix una força constant sobre la pilota, trobeu la magnitud d'aquesta força.

Sol: 62 N

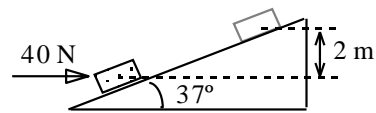


- 12 Una força horitzontal F_a de magnitud 40 N espenta un bloc de 0.5 kg per un pla inclinat, amb inclinació $\theta = 37^\circ$. El coeficient de fregament dinàmic és de 0.25 .

- Calculeu l'energia potencial de la força constant F_a .
- Calculeu la velocitat que durà el bloc quan arribi 2 m més alt que el punt de partida. Utilitzarem l'expressió

$$\Delta(E_c + E_p) = W_{altres}$$

L'energia potencial del sistema inclou dos termes: la gravitatòria, i la de F_a . W_{altres} es refereix exclusivament al treball de la força de fregament.



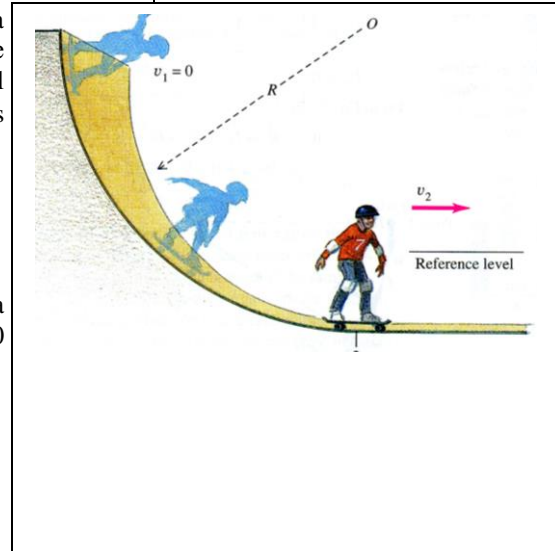
- 13 Un xiquet es llança amb el seu patinet per una rampa que té la forma d'un quart de cercle de radi $R = 3 \text{ m}$. La massa total del xiquet i el patinet és $m = 25.0 \text{ kg}$. Si comença del repòs i no hi ha fricció,

- Dibuixa el diagrama de forces en diferents punts de la trajectòria.
- troba la seua velocitat al fons de la rampa.

Suposa ara que la rampa presenta fricció i la velocitat al punt més baix és només de 7.00 m/s .

- ¿Quin és treball realitzat per la força de fricció?

Sol: b) 7.67 m/s



- 14 Per a dissenyar els elements de seguretat d'un ascensor de 2000 kg es te en compte que aquest cau a 25 m/s quan contacta amb una molla amortidora situada al fons del buit. La molla ha de parar l'ascensor mentre es comprimeix 3.0 m. Durant el moviment un frenatge de seguretat aplica una fricció constant de 17000 N.

a) S'ha de saber la constant de la molla requerida.

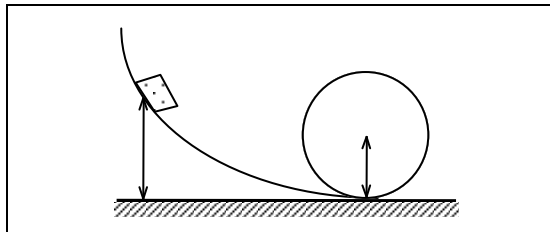
Suposa que la rampa presenta fricció i la velocitat al punt més baix és només de 7.00 m/s.

b) Dibuixa el diagrama de forces en diferents punts de la trajectòria.

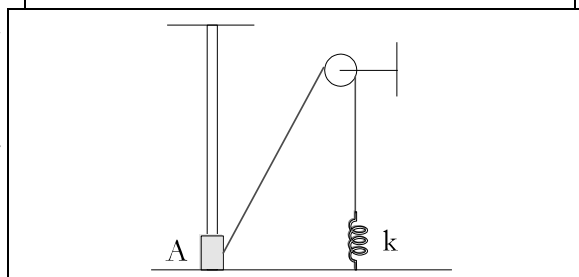
a) ¿Quin és treball realitzat per la força de fricció?

Sol:a) 1.41×10^5 N/m. c) Sol: -122 J

- 15 Calculeu la mínima altura H des de la qual ha de soltar-se un bloc per una rampa que fa un bucle redó de radi R perquè el bloc complete una volta sencera (sense fregament).



- 16 Un passador A de 1 kg està unit amb una corda a un ressort lineal ($k = 500$ N/m). El passador parteix del repòs en la posició mostrada, i la tensió inicial en la corda és de 100 N. ¿Quina distància recorre el passador sobre la barra llisa?



Sol: 1.02 m.

- 17 Alcem un cos de massa m des de la superfície de la Terra, aplicant-li una força F , que es varia amb l'altura d'ascens segons la llei

$$F = 2(ay - 1)mg$$

on a és una constant positiva, y és l'altura i g és l'acceleració de la gravetat. S'ha de determinar, en la primera meitat del camí d'ascensió:

- l'energia potencial d'aquesta força,
- el treball que fa aquesta força en la primera meitat del camí d'ascensió,
- l'increment de l'energia potencial gravitatòria en la primera meitat del camí d'ascensió.

Sol: (a) $E_p = mg(ay^2 - 2y)$, (b) $3/4 mg/a$, (c) $mg/2a$.

- 18 L'energia potencial d'un objecte de 3 kg ve donada per $V(x) = 1/x + 2x^2$, on V s'expressa en Joules i x en metres.

- Calculeu la força que actua sobre l'objecte
- Dibuixeu el potencial i analitzeu en quines posicions es troba aquest objecte en equilibri i com és l'estabilitat de l'equilibri.
- Si l'energia total de la partícula és de 10 J, ¿quin és el mòdul de la velocitat per a $x = 2m$?
- Calculeu el període de les oscil·lacions de xicoteta amplitud al voltant del (o dels) punt d'equilibri

- 19 La força que actua sobre una partícula te l'expressió:

$$F = (6x - 5x^4)i$$

- Calculeu l'expressió analítica del potencial sabent que en $x=0$, el potencial val 0.
- Dibuixeu el potencial.
- Doneu els punts d'equilibri estable.
- Describeu els tipus de moviment possibles.

20 Donat el potencial:

$$U = \frac{a}{2x^2} + bx$$

- Calcula la posició de valor mínim i dibuixa el potencial.
- Explica com són els possibles moviments en funció de l'energia.
- Calcula la freqüència de les oscil·lacions de petita amplitud al voltant del mínim per a una partícula de massa m .

21 El potencial que actua sobre una partícula de massa m te la forma:

$$V = \frac{a}{x^5} - \frac{b}{x^3}$$

Amb a i b constants positives.

- Calculeu la força que actua sobre la partícula.
- Dibuixeu el potencial.
- Describeu els tipus de moviment possibles.
- Quina energia es requereix perquè una partícula que es trobe en el punt d'equilibri sense velocitat, escape a l'infinit.

Nota: Considereu només valors de $x > 0$.

22 Sobre una partícula de massa m actua una força l'energia potencial de la qual és

$$V = ax^2 - bx^3$$

on a i b són constants positives.

- Trobeu la força.
- Representeu esquemàticament $V(x)$.
- Trobeu les posicions d'equilibri (estable i inestable) i indiqueu-les en el diagrama de $V(x)$.
- La partícula comença el seu moviment en l'origen $x = 0$, amb velocitat v_0 . Demostreu que existeix un valor crític de la velocitat v_c , tal que si $|v_0| < v_c$, la partícula permanixerà confinada a una regió propera a l'origen. Doneu el valor de v_c .

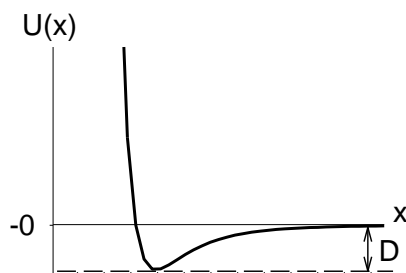
$$\text{Sol: d) } v_c = \left(\frac{8a^3}{27mb^2} \right)^{1/2}$$

- 23 El potencial que correspon a la força entre dos àtoms d'una molècula diatòmica, anomenada potencial de Lenard-Jones, te la següent forma

$$U(x) = -\frac{a}{x^6} + \frac{b}{x^{12}}$$

Amb a i b constants positives.

- Troba la distància d'equilibri x_0 .
- Dibuixa el potencial.
- ¿Quina és l'energia de dissociació D de la molècula?
- Describeix els tipus de moviment possibles.



- 24 Una partícula de massa m es mou baix la influència del potencial en el eix x

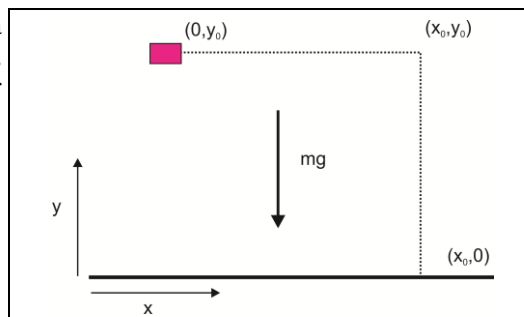
$$U(x) = -U_0 \frac{a^2}{a^2 + x^2}$$

Amb a i U_0 constants positives.

- Troba la distància d'equilibri x_0 .
- Dibuixa el potencial.
- ¿Quina és l'energia de lligadura?

- 25 Un bloc de massa m realitza la trajectòria indicada, des d'un punt A, $(0, y_0)$ fins el punt B, $(x_0, 0)$. Calcula el treball que fa la força pes, per integració de l'expressió

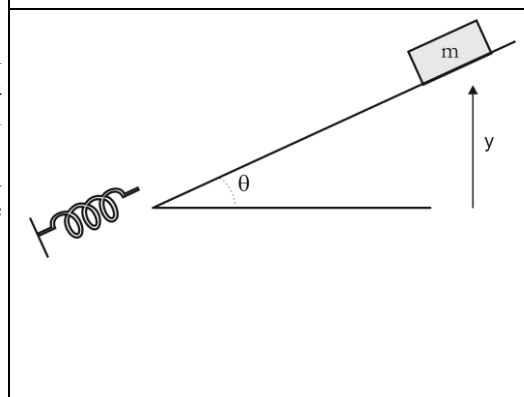
$$W = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$



- 26 Un bloc de massa m llisca per un pla inclinat, sense fregament, des d'una altura y_0 . En arribar al final rebota en un moll elàstic. Calcula la velocitat que du quan arriba a la base del pla, i l'altura final que assoleix.

Suposem ara que el sistema te fricció dinàmica amb coeficient μ . Calcula l'altura final que assoleix després de rebotar. Aplica l'expressió

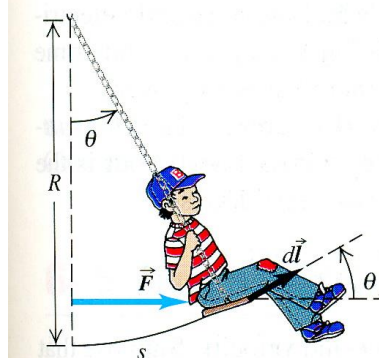
$$\Delta E_A + W_{altres} = \Delta E_B$$



- 27 La informació nutricional d'un paquet de cereals indica que una ració de 30 g conte 112 kcal. Suposem que necessitem l'energia per a pujar un bloc de 50 kg una altura de 2000 m. Quantes racions de Kellogg's seran necessàries?

Material auxiliar

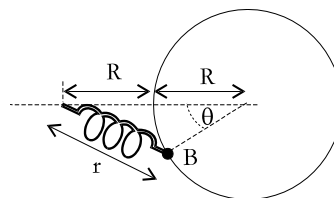
28 Un xiquet s'engronsa en un balançí. El seu pes és w , la longitud de la cadena és R , i se l'espenta fins que la cadena forma un angle θ_0 amb la vertical. Per a això, s'exerceix una força horitzontal \vec{F} que comença en zero i augmenta gradualment de manera que el xiquet i el balançí es mouen molt a espai i permaneixen quasi en equilibri.



- a) ¿Quin és el treball total efectuat per la tensió T en la cadena?
- b) ¿Quin és el treball total efectuat per la força F ?

Sol: a) 0, b) $wR(1 - \cos \theta_0)$.

29 Una bola B de massa m està insertada en una guia circular de radi R . La bola està també unida a una molla de constant elàstica k . La molla té elongació $r = 0$ quan no està estirada, i el punt suport de la molla dista R de la circumferència.



- a) Escriviu l'expressió de l'energia potencial E_p (elàstica i gravitatòria) de la partícula B com a funció única de la variable θ .
- b) Trobeu el valor de l'angle θ en la posició d'equilibri (mínim de E_p).

Sol: $\tan \theta = \frac{mg}{2kR}$

30 Sobre un objecte que es mou en el pla x - y actua una força conservativa descrita per la funció d'energia potencial

$$U(x, y) = \frac{1}{2}k(x^2 + y^2)$$

- a) Pinta en un diagrama (pla x - y) les línies equipotencials
- b) Troba F_x i F_y , aplicant el gradient al potencial.
- c) En el diagrama de corbes equipotencials, situa la direcció i magnitud del vector força en diferents punts en termes de les seues coordenades x i y .
- d) En coordenades polars tenim

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta$$

Troba F_r i F_θ en funció de r i θ .

31 Una partícula de massa m es mou en una funció d'energia potencial unidimensional

$$U(x) = \frac{\alpha}{x^2} - \frac{\beta}{x}$$

La partícula es solta des del repòs en $x_0 = \alpha / \beta$.

a) Demuestra que $U(x)$ es pot escriure com

$$U(x) = \frac{\alpha}{x_0^2} \left[\left(\frac{x_0}{x} \right)^2 - \left(\frac{x_0}{x} \right) \right]$$

Dibuixa un esquema de $U(x)$. Calcula $U(x_0)$ i localitza el punt x_0 en el esquema.

b) Calcula $v(x)$, la velocitat de la partícula en funció de la posició. Dibuixa un esquema de v en funció de x , i dóna una descripció qualitativa del moviment.

c) ¿Per a quin valor de x és màxima la velocitat de la partícula?

d) Considerem ara que es solta la partícula en repòs en $x_1 = 3(\alpha / \beta)$. Localitza el punt x_1 en l'esquema de $U(x)$. Calcula $v(x)$ i dóna una descripció qualitativa del moviment.

e) En cada cas, quan es solta la partícula en $x = x_0$ i en $x = x_1$, ¿quins són els màxims i mínims valors de x que s'assoleixen durant el moviment?