Problemes Curs de Física	**2. Cinemàtica del punt**

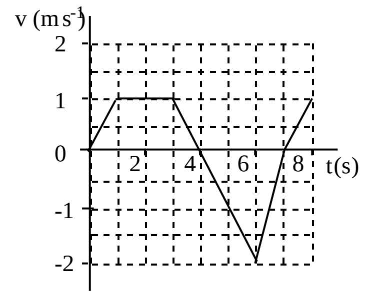
Problemes recomanats

1 Un objecte es mou al llarg d'una línia recta. En l'instant inicial, l'objecte es troba en l'origen de coordenades, i després es posa en repòs; la seua velocitat en cada instant és la que es mostra en el gràfic. Hem de trobar

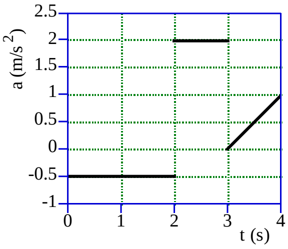
(a) L'acceleració en funció del temps,

(b) La posició en funció del temps,

(c) La distància total que ha recorregut.



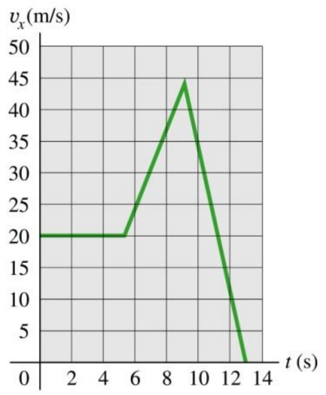
2 Una partícula es mou en una línia; la seua acceleració varia amb el temps de la manera que es mostra en la figura. Inicialment la partícula es troba en repòs en l'origen. Representeu $v(t)$ y $x(t)$ i determineu la distància total recorreguda.



3 La velocitat d'una moto canvia en el temps segons s'indica a la figura.

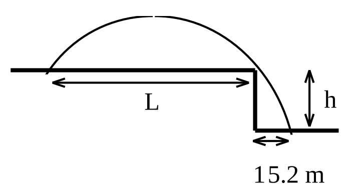
a) Calculeu l'acceleració instantània en t = 3, 7 i 11 s

b) Calculeu la distància recorreguda per la moto als 5 , 9 i 13 s.



4 La figura mostra un projectil que va ser llançat per sobre una planària vorejada per un penya-segat. El projectil va fregar la vora del cingle i va aterrar 0.90 segons després en el terra horitzontal. El projectil va impactar el terra amb una velocitat de 29.5 m/s a una distància horitzontal de 15.2 m del peu del cingle.

a) ¿Quins eren els components horitzontal i vertical de la velocitat del projectil quan aquest va impactar en terra?
b) ¿A quin angle de l'horitzontal va impactar el projectil en terra?
c) ¿Quina era la velocitat del projectil quan va fregar la vora del cingle?
d) ¿Quina és l'altura del cingle per sobre el terra de sota?
e) Amb quina velocitat va ser llançat el projectil?
f) Quina és la distància horitzontal *L* de la vora del cingle al punt de llançament?



5 Una partícula de massa m velocitat inicial v_0, experimenta una única força de frenatge donada per $F = -bv^2$, on b és una constant. Calcula la velocitat en funció del temps, i determina el compòrtament de la velocitat a temps gran.

6 Una partícula que es troba inicialment en l'origen de coordenades amb velocitat v_0, és frenada amb una força proporcional a la seua velocitat, de manera que $a = -kv$, on k és una constant. Hem de trobar:

(a) la velocitat en funció del temps,
(b) la posició en funció del temps,
(c) la velocitat en funció de la posició.
(d) la distància total, *d*, que recorrerà la partícula.
(e) Sobre una recta horitzontal que constitueix la línia del moviment, representem amb vectors la velocitat i l'acceleració per al punt inicial, $x = 0$, per al punt final d, i per a dos punts intermedis.
(f) Per als valors particulars $v_0 = 5$ m s^{-1} i $k = 20$ s^{-1}, tracem el gràfic $v(x)$.

Sol.: a) $v = v_0 e^{-kt}$; b) $x = \frac{v_0}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)$; c) $v = v_0 - kx$; d) $d = v_0/k$

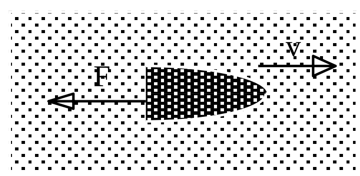
7 Després de parar el motor d'una barca, aquesta experimenta una força de frenatge proporcional al quadrat de la seua velocitat respecte de l'aigua.

$$F = -kv^2$$

Si es para el motor quan la velocitat és de 20 ms^{-1}, i la velocitat disminueix a 4 ms^{-1} en 20 s, trobeu:

a) L'acceleració inicial,
b) la distància recorreguda durant els 20 s.

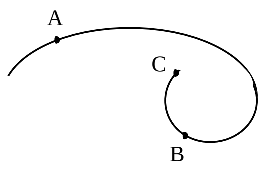
Sol: a) $a_0 = -4$ m s^{-2}; b) $d = 160$ m



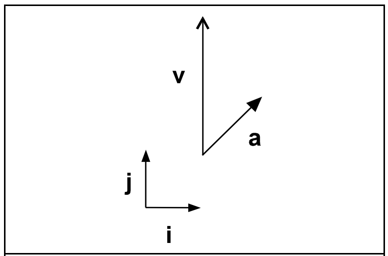
8 Un cotxe viatja a velocitat constant al llarg d'una pista amb forma d'espiral, com s'indica a la figura. Passa primer pel punt A, després pel punt B, i finalment pel punt C que és el final del trajecte recorregut.

a) La magnitud de l'acceleració del cotxe en el punt B, ¿és major, o menor, o igual que la que tenia en el punt A?

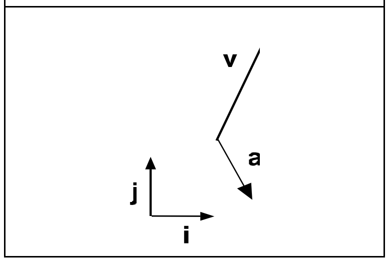
b) Si les acceleracions no són nul·les, indiqueu les seues direccions i magnituds dibuixant els corresponents vectors en els punts indicats.



9 Una partícula amb velocitat $\mathbf{v} = (5\,\mathrm{m\,s^{-1}})\mathbf{j}$ té una acceleració $\mathbf{a} = (2\,\mathrm{m\,s^{-2}})\mathbf{i} + (2\,\mathrm{m\,s^{-2}})\mathbf{j}$. Trobeu les components tangencial i normal de l'acceleració.



10 Una partícula amb velocitat $\mathbf{v} = (1\,\mathrm{m\,s^{-1}})\mathbf{i} + (4\,\mathrm{m\,s^{-1}})\mathbf{j}$ té una acceleració $\mathbf{a} = (1\,\mathrm{m\,s^{-2}})\mathbf{i} + (-2\,\mathrm{m\,s^{-2}})\mathbf{j}$. Trobeu les components tangencial i normal de l'acceleració.



11 La terra gira uniformement respecte del seu eix amb una velocitat angular ω = 7.292·10^{-5} rad/s. Trobeu, com a funció de la latitud, la velocitat i acceleració d'un punt sobre la superfície terrestre. ¿Quina és l'acceleració d'una persona situada a una latitud de 40°?

12 En el model de Bohr de l'àtom d'hidrogen, un electró efectua revolucions al voltant d'un protó en una òrbita circular de radi 5.28×10^{-11} m amb velocitat 2.18×10^{6} m s^{-1}. ¿Quina és l'acceleració de l'electró en l'àtom d'hidrogen?

Sol: 9.00×10^{22} m s^{-2}.

13 Un camp magnètic deflexiona (fa girar) una partícula carregada en la direcció perpendicular al seu moviment. Un electró experimenta una acceleració radial de 3.0×10^{14} m s^{-2} en un camp així. ¿Quina és la seua velocitat si el radi de la trajectòria corba és 0.15 m?

14 Una partícula efectua un moviment circular a una distància R de l'origen. Es suposa coneguda la dependència de l'angle, expressat en radians, respecte del temps, $\theta(t)$.

(a) Escriviu l'expressió del vector de posició **r** utilitzant coordenades rectangulars i els vectors unitat **i** i **j**.

(b) Calculeu el vector velocitat **v** i acceleració **a**.

(c) Particularitzem al cas en què es tracta d'un moviment uniform, amb acceleració angular α = 0. Demostreu que el vector acceleració **a** està dirigit cap al centre del moviment circular, és a dir, que **a** és radial.

15 Un punt material es mou al llarg d'una trajectòria, amb velocitat donada per l'expressió

$$\mathbf{v} = A\left[sin(\omega t)\mathbf{i} + \cos(\omega t)\mathbf{j}\right]$$

on A i ω són constants.

a) Verifiqueu que el moviment esdevé a velocitat (mòdul) constant.
b) Calculeu, per integració, la posició en funció del temps i especifiqueu el tipus de trajectòria.
c) Calculeu el periode del moviment.
d) Calculeu l'acceleració radial.

Sol: (b) moviment circular d'equació: $x^2 + y^2 = A^2/\omega^2$; c) 2π/ω, d) $A\omega$.

16 Una partícula descriu una el·lipse d'equació

$$x = a\cos\theta$$
$$y = b\,sin\theta$$

La dependència de l'angle amb el temps és $\theta - e\,sin\theta = kt$, sent e l'excentricitat de l'el·lipse. Calculeu els vectors velocitat v i l'acceleració a de la partícula en coordenades rectangulars, en funció de θ.

Sol:
$$\mathbf{v} = \frac{k}{1 - e\cos\theta}(-asin\theta, b\cos\theta),$$
$$\mathbf{a} = \frac{k^2}{(1 - e\cos\theta)^3}\left(a\,(e - \cos\theta), -bsin\theta\right)$$

17 Un punt material descriu la corba d'equació, en coordenades polars planes,
$$r = b\theta$$
amb una velocitat angular $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$ constant de valor ω_0. Calculeu, en la base de les coordenades polars planes, les components de la velocitat i de l'acceleració, en funció de θ. Doneu també els respectius mòduls.

18 La posició d'un punt que es mou en un pla, ve donada, en funció del temps, per les següents equacions en coordenades polars

$$r = at + b$$
$$\theta = ct + d$$

Sent a, b, c i d, constants, amb les dimensions apropiades.

a) Trobeu l'equació de la trajectòria i feu una representació gràfica (indicativa).
b) Calculeu les components de la velocitat en coordenades polars.

19 Un punt material descriu la corba d'equació, en coordenades polars planes,
$$r = 2R\cos\theta$$
amb una velocitat angular $\mathrm{d}\theta/\mathrm{d}t$ constant de valor ω_0. Calculeu, en la base de les coordenades polars planes, les components de la velocitat i de l'acceleració, en funció de θ. Doneu també els respectius mòduls.

Sol:
$$v_r = -2R\omega_0 sin\theta,\ v_\theta = 2R\omega_0\cos\theta, v = 2R\omega_0$$
$$a_r = -4R{\omega_0}^2\cos\theta,\ a_\theta = -4R{\omega_0}^2 sin\theta,\ a = 4R{\omega_0}^2$$

20 Conduïm cap al nord a 88 km/h. Un camió s'acosta a 104 km/h. Calculeu

(a) Velocitat del camió respecte de l cotxe
(b) Velocitat del cotxe respecte del camió.

21 Un pilot d'avió desitja volar en direcció Nord. Bufa un vent cap a l'Oest a 110 km/h. Si l'indicador de velocitat de l'avió assenyala que es mou respecte de l'aire a 370 km/h,

(a) ¿A quina direcció haurà de dirigir la proa el pilot?
(b) ¿Quina és la velocitat de l'avió respecte de la Terra?

22 Un bot pot viatjar en aigua quieta a una velocitat de 7.0 km h^{-1}. Una persona vol utilitzar aquest bot per a travessar un riu de 1.2 km d'ample, en el que hi ha un corrent cap a l'est amb una velocitat de 4 km h^{-1}. Per fer això, la persona dirigeix el bot cap el nord, és a dir, en la direcció directa de creuar el riu.

a) ¿Quina es la velocitat del bot (magnitud i direcció) relativa a la terra?
b) ¿Quant de temps li costarà al bot de travesar el riu?
c) ¿Com de lluny, corrent avall, arriba el bot des del seu punt de partida en la vorera oposada?

Sol: (a) 8.1 km h^{-1} a un angle de 30° d'est a nord; (b) uns 10 minuts; (c) 0.69 km.

23 La velocitat del so en aire quiet a 25º C és 358 m s^{-1}. Hem de trobar la velocitat (magnitud i direcció) que mesura un observador que es mou a una velocitat de 90 km h^{-1},

a) allunyant-se de la font,
b) cap a la font,
c) en perpendicular a la direcció de propagació en l'aire, i
d) en una direcció tal que el so sembla propagar-se perpendicularment en relació amb l'observador en moviment.

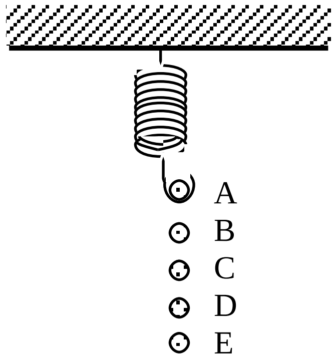
Es suposa que la font està en repòs respecte del terra.

Sol: (a) 333 m s^{-1}; (b) 383 m s^{-1};
(c) 358.9 m s^{-1}, amb angle de propagació respecte de l'aire α = 93.7°;
(d) 357.1 m s^{-1}, amb angle de propagació respecte de l'aire α = 86.0°

Material auxiliar

24 Una boleta, suspesa d'una molla que està fermament enganxada al sostre, oscil·la amunt i avall al llarg d'una línia vertical, com s'indica a la figura. En el curs del seu moviment, la boleta està momentàniament en repòs al punt més alt *A*, davalla passant per *B* amb velocitat creixent, assoleix la màxima velocitat en el punt *C*, es mou amb velocitat decreixent a través del punt *D*, i es queda momentàniament en repòs al punt *E* abans de tornar a començar a pujar.

Per a cada un dels punts, representeu amb una fletxa vectorial el valor i sentit de la velocitat, indiqueu també si l'acceleració és zero o no, i si no és zero, indiqueu amb un vector si està dirigida cap a amunt o cap a avall.

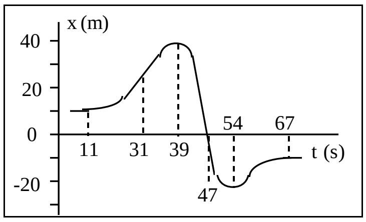


25 Considerem un vehicle que es mou al llarg d'una pista recta. La seua posició *x*, mesurada en direcció oest des d'un punt de referència sobre la pista, varia amb el temps com es mostra en la figura. Tratarem les següents questions:

a) Indiqueu en una taula les propietats de la posició *x* i velocitat v_x en els instants indicats en el gràfic: + per a una quantitat positiva, - negativa, i 0 nul·la.

b) En l'instant t = 47 s, ¿la velocitat està dirigida cap a l'est, o l'oest, o és zero?

c) En t = 31 s, ¿la velocitat del vehicle és major, o menor, o igual que la seua velocitat en t = 47 s?



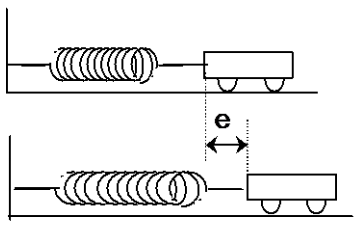
t (s)	12	30	39	47	54	69
x						
v_x						

26 Un oscil·lador consisteix en una massa i un ressort connectats com es mostra a la figura. La coordenada e mesura el desplaçament de la massa respecte de la seua posició quan el ressort no està estirat. Si el moll és lineal, la massa està sotmesa a una deceleració que és proporcional a e. Suposem que a = -4e ms-2 i que la massa te una velocitat v = 1 ms-1 en la posició e = 0.

a) Determineu l'expressió de la velocitat en funció de la posició

b) Quina serà la màxima elongació del moll?

c) Quina velocitat tindrà la massa quan torne a passar per e = 0?



Sol: a) $\mathbf{v} = \sqrt{v_0^2 - 4e^2}$; b) emax = 0.5 m; c) v = 1 m s-1

Bedford & Fowler, Prob 2.53 pag. 38

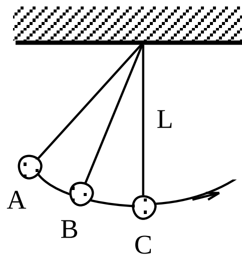
27 La figura mostra un pèndol que penja del sostre. La bola arriba fins a A, s'hi queda momentàniament en repòs, i torna a davallar al llarg del camí circular.

Indiqueu amb vectors les components de l'acceleració, segons les direccions tangent al camí circular, i al llarg de la corda, respectivament:

a) en el punt extrem A, on la bola està en repòs.

b) en el punt inferior C, on la bola té velocitat màxima, vm.

c) en un punt intermedi B, on la bola davalla amb velocitat creixent.



28 Un cotxe model radio-controlat es desplaça per una pista en el pla *xy*, mentre l'operador es troba en l'origen del pla. Les coordenades del cotxe varien amb el temps d'acord amb l'expressió

$$x = 3.0 + (2.0\,\mathrm{m/s^2})t^2$$

$$y = (10.0\,\mathrm{m/s})t + (0.25\,\mathrm{m/s^2})t^3$$

a) Troba les coordenades del cotxe i la distància a l'operador en l'instant $t = 2\,\mathrm{s}$.

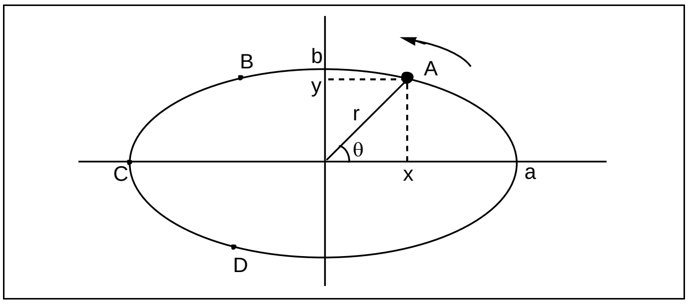
b) Troba una expressió general per al vector velocitat **v**, i calcula aquest vector en l'instant $t = 2\,\mathrm{s}$.

c) Troba una expressió general per al vector acceleració **a**, i calcula aquest vector en l'instant $t = 2\,\mathrm{s}$.

29 Una partícula es mou en el pla *xy* traçant una el·lipse d'equació

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

La longitud dels semieixos és a = 12 cm i b = 6 cm. El sentit del moviment és contrari al de les manetes de rellotje, com s'indica a la figura.



a) Determineu la relació que existeix entre les dues components retangulars de la velocitat, v_x i v_y, en funció de les coordenades de posició de la partícula, x i y.

En l'instant indicat en la figura, en què la partícula es troba en el punt A, amb θ_A = 45°, la magnitud (mòdul) de la seua velocitat és v = 2 m/s.

b) Determineu el valor dels components rectangulars de la velocitat, v_x i v_y, en aquest instant.

Sol: b) **v** = (-1.94 **i** + 0.48 **j**) m s^{-1}.

30 El radi de l'òrbita terrestre (que considerarem aproximadament circular) és 1.49×10^{11} m, i la Terra recorre aquesta òrbita en 365 dies. Trobeu:

a) La velocitat de la Terra en la seua òrbita en metres per segon, i
b) l'acceleració normal de la Terra cap al Sol en metres per segon quadrat.
a) Quant de temps tardarà a fer un quart de volta a la seua òrbita.

Sol: a) 2.96×10^{4} m s^{-1}; b) 5.94×10^{-3} m s^{-2}; c) 91 dies

31 Un pastor te una fona de 0.75 m de llarg. Si llança les pedres a una velocitat de 24 m s^{-1}, calculeu:

a) La velocitat angular a que fa girar la fona.
b) Si pot llançar la pedra als 2 s de col·locar-la dins de l'ona, quina és l'acceleració angular que li subministra a la pedra mentre la fa girar (suposeu α constant).

32 Un fullet comercial anuncia dos models de centrifugadores de laboratori amb les següents característiques:

Model 1: velocitat 21000 rpm ($21555 \times g$)
Model 2: velocitat 18500 rpm ($40900 \times g$)

¿Quina informació pot deduir-se sobre les dimensions relatives d'ambdues centrifugadores? (Distància de l'eix al recipient on es troba la mostra.)

Sol: $R_1 = 4.36$ cm, $R_2 = 10.6$ cm.

33 En el model de Bohr de l'àtom d'hidrogen, un electró efectua revolucions al voltant d'un protó en una òrbita circular de radi 5.28×10^{-11} m amb velocitat 2.18×10^{6} m s^{-1}. ¿Quina és l'acceleració de l'electró en l'àtom d'hidrogen?

Sol: 9.00×10^{22} m s^{-2}.

34 Un camp magnètic deflexiona (fa girar) una partícula carregada en la direcció perpendicular al seu moviment. Un electró experimenta una acceleració radial de 3.0×10^{14} m s^{-2} en un camp així. ¿Quina és la seua velocitat si el radi de la trajectòria corba és 0.15 m?

35 Una partícula efectua un moviment circular a una distància R de l'origen. Es suposa coneguda la dependència de l'angle, expressat en radians, respecte del temps, $\theta(t)$.

(a) Escriviu l'expressió del vector de posició **r** utilitzant coordenades rectangulars i els vectors unitat **i** i **j**.
(b) Calculeu el vector velocitat **v** i acceleració **a**.
(c) Particularitzem al cas en què es tracta d'un moviment uniform, amb acceleració angular $\alpha = 0$. Demostreu que el vector acceleració **a** està dirigit cap al centre del moviment circular, és a dir, que **a** és radial.

36 Un punt material es mou al llarg d'una trajectòria, amb velocitat donada per l'expressió

$$\mathbf{v} = A[sin(\omega t)\mathbf{i} + \cos(\omega t)\mathbf{j}]$$

on A i ω són constants.

a) Verifiqueu que el moviment esdevé a velocitat (mòdul) constant.
b) Calculeu, per integració, la posició en funció del temps i especifiqueu el tipus de trajectòria.
c) Calculeu el periode del moviment.
d) Calculeu l'acceleració radial.

Sol: (b) moviment circular d'equació: $x^2 + y^2 = A^2/\omega^2$; c) $2\pi/\omega$, d) $A\omega$.

37 Un llançador de martell accelera la bola que te al final d'un cable d'un metre de llarg de manera constant. Després de donar dues voltes i mitja sobre si mateix el llança a una distància de 80 m. Si l'angle de llançament és 45º i l'altura a la que es troba la bola en eixe moment és 2.5 m, trobeu l'acceleració angular subministrada per l'atleta a la bola.

38 Un passatger d'un barco que viatja cap a l'est amb una velocitat de 18 nusos observa que la columna de fum que ix de les ximeneres forma un angle de 20º amb l'estel del barco. El vent bufa de sud a nord. Suposant que el fum, així que ix de la ximenera, adquireix una velocitat (respecte a la Terra) igual a la del vent, s'ha de calcular la velocitat del vent.

Sol: 6,5 nusos

39 Un tren duu una velocitat de 10 m s-1 cap a l'est. Plou verticalment respecte de la terra, i les gotes de pluja que cauen sobre els finestrons del tren hi deixen reguers que tenen una inclinació de 30º amb la vertical.

a) ¿Quina és la component horitzontal de la velocitat d'una gota respecte a terra? ¿I respecte al tren?

b) ¿Quina és la velocitat de les gotes respecte a terra? ¿I respecte al tren?

Sol.: b) vp/Terra = 5.78 m s-1; vp/tren = 11.5 m s-1

Material auxiliar

Posició, velocitat i acceleració

La posició d'un punt P en el pla es determina amb el vector de posició **r** des de l'origen. En coordenades rectangulars (o cartesianes) un vector s'expressa en termes dels vectors unitaris **i** i **j**. El vector de posició és

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

El vector velocitat **v** és la derivada del vector de posició respecte del temps,

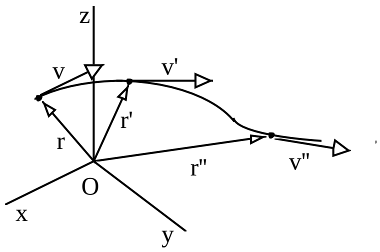
$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$$

per tant, com **i** i **j** són constants

$$\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j}$$

sent

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}$$



El vector velocitat **v** té la direcció tangent a la trajectòria en cada punt d'aquesta. El mòdul (magnitud) de la velocitat és

$$v = \left(v_x^{\,2} + v_y^{\,2}\right)^{1/2}$$

El vector acceleració **a** és la derivada del vector velocitat respecte del temps,

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

per tant, el vector acceleració es pot expressar en components rectangulars com

$$\mathbf{a} = a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j}$$

sent

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$

i el mòdul (magnitud) de l'acceleració és

$$a = \left(a_x^{\,2} + a_y^{\,2}\right)^{1/2}$$

Per una altra banda, el vector acceleració **a** es pot expressar en components tangencial (a_t) i normal (a_n) a la direcció instantània de la trajectòria. És a dir,

$$\mathbf{a} = a_t\mathbf{e}_t + a_n\mathbf{e}_n$$

on $\mathbf{e}_t$ és el vector unitari tangent a la trajectòria, i $\mathbf{e}_n$ és el vector unitari normal a la trajectòria. Aquests vectors formen una base ortonormal $\mathbf{e}_t$, $\mathbf{e}_n$.

La component tangencial de l'acceleració correspon a la derivada del mòdul de la velocitat

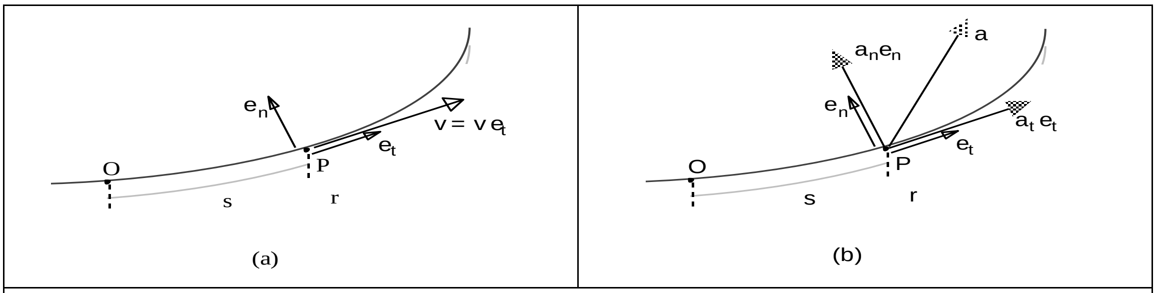
$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

per tant, aquesta component de l'acceleració determina la variació de la magnitud de la velocitat. Si $a_t = 0$ la magnitud de la velocitat és constant.

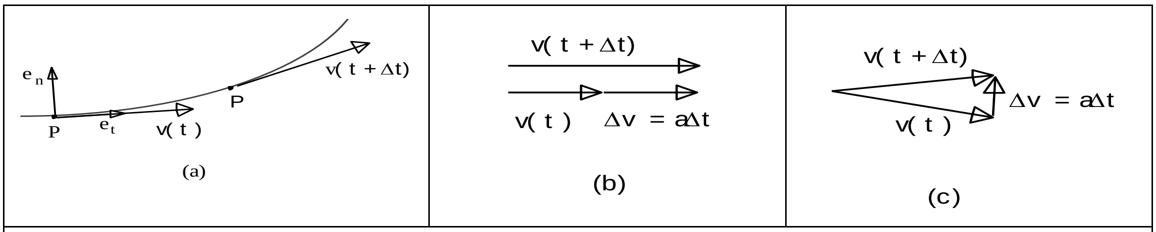
La component normal de l'acceleració és

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

on ρ és el radi de corbatura instantània de la trajectòria. La component normal de l'acceleració determina el corbament de la trajectòria. Si $a_n = 0$ el moviment és rectilini.



(a) Representació de la velocitat. (b) Representació de les components tangencial i normal de l'acceleració.



(a) Variació del vector velocitat quan el punt *P* es mou durant un temps Δ*t*. (b) Efecte de l'acceleració sobre la velocitat quan l'acceleració sols té component *tangencial*: canvi de magnitud. (c) Efecte de l'acceleració sobre la velocitat quan l'acceleració sols té component *normal*: canvi de direcció.

Moviment circular

En el moviment sobre una circumferència de radi R, l'espai recorregut s i l'angle θ mantenen la relació

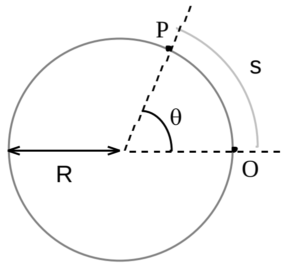
$$s = R\theta$$

La velocitat angular és

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

i per tant la magnitud de la velocitat v i la velocitat angular mantenen la relació

$$v = R\omega$$



En el moviment circular sempre existeix una acceleració normal, de magnitud

$$a_n = \frac{v^2}{R} = R\omega^2$$

Aquesta component de l'acceleració total **a** es dirigeix al centre de la circumferència, i s'anomena també acceleració radial o centrípeta.

En el moviment circular també pot haver-hi una component tangencial del vector **a**. Aquesta component és, com ja hem vist anteriorment

$$a_t = \frac{dv}{dt}$$

L'acceleració angular és

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

i per tant la component tangencial de l'acceleració, i l'acceleració angular, mantenen la relació

$$a_t = R\alpha$$

En el moviment circular *uniform* v és constant, i també ω és constant. En aquest moviment $a_t = 0$, i el vector acceleració **a** correspon a l'acceleració radial o centrípeta. El periode del moviment circular és

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

Material auxiliar

Significació de la derivada

La derivada com a tangent

S'ha explicat en el Tema de cinemàtica. Esta interpretació permet relacionar la velocitat amb la posició

$$v = \frac{dx}{dt} \tag{1}$$

La força amb el potencial

$$F = -\frac{dU}{dx} \tag{2}$$

I semblantment moltes altres quantitats físiques

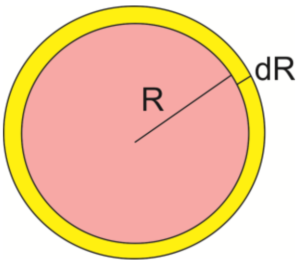
El diferencial

Siga una quantitat física A que depen d'una altra R. Si tenim una variació de R, la corresponent variació de A es

$$dA = \left(\frac{dA}{dR}\right)dR \tag{3}$$

La quantitat entre parèntesis és la derivada, les quantitats dR i dA s'anomenen *diferencials*.
Per exemple, considerem el àrea de un cercle

$$A = \pi R^2 \tag{4}$$

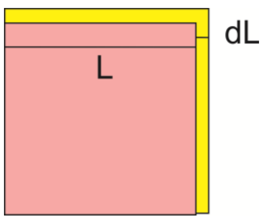


El canvi de àrea és

$$dA = (2\pi R)dR \tag{5}$$

El terme entre parèntesi és la longitud de la circumfrència. L'eq. (5) és el àrea de la tira diferencial
Per a un quadrat

$$A = L^2 \tag{6}$$



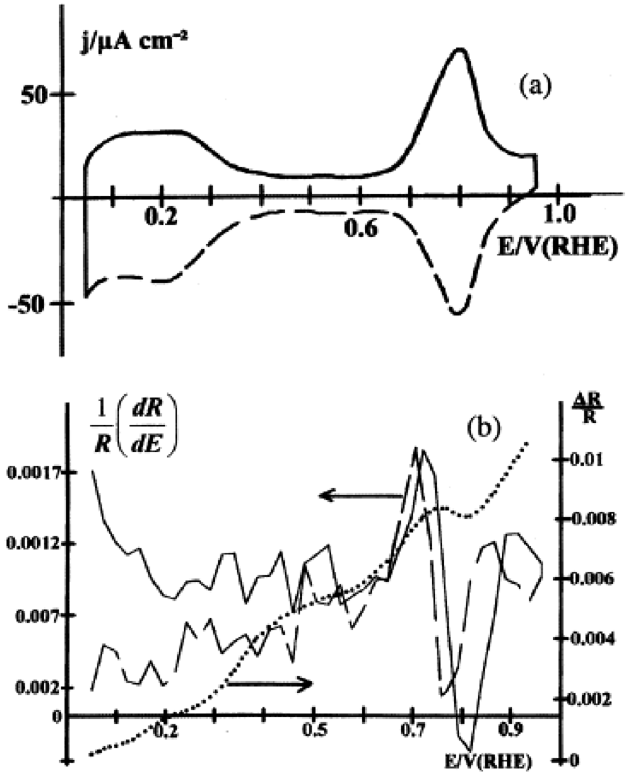
El canvi de àrea és

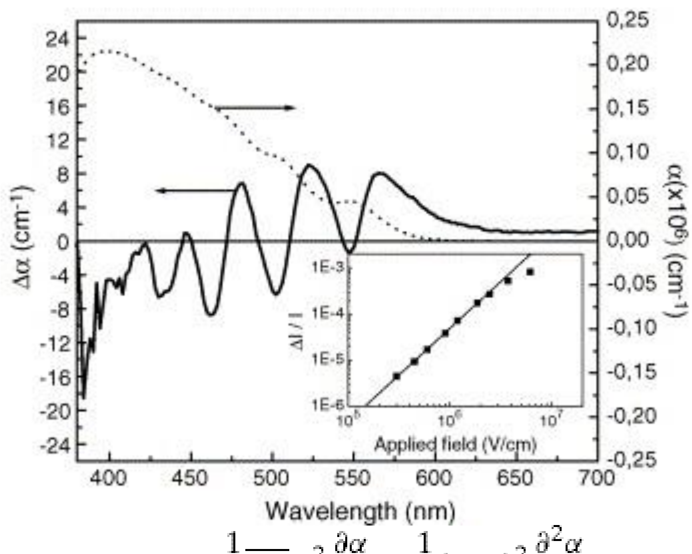
$$dA = (2L)dL \tag{7}$$

Exemples d'aplicació de la derivada

Third-derivative modulation spectroscopy with low-field electroreflectance
Surface Science Volume 37, June 1973, Pages 418–442

D.E. Aspnes Bell Laboratories, Murray Hill, New Jersey 07974, USA





$$\Delta\alpha = -\frac{1}{2}\overline{\Delta p}F^2\frac{\partial\alpha}{\partial E} + \frac{1}{6}(\mu_f F)^2\frac{\partial^2\alpha}{\partial E^2}$$

Geodesic active contours

Vicent Caselles, Ron Kimmel, Guillermo Sapiro, International Journal of Computer Vision, February 1997, Volume 22, pp 61-79

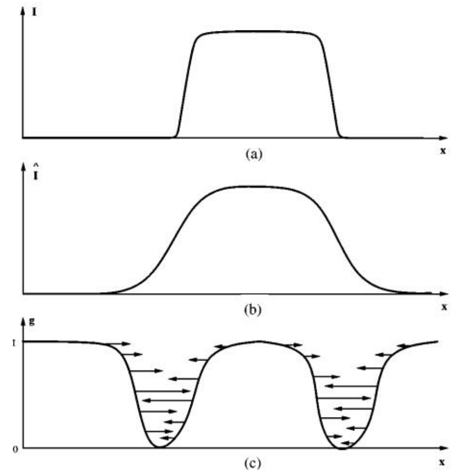


Figure 1. Geometric interpretation of the attraction force in 1D. The original edge signal I, its smoothed version $\hat{I}$, and the derived stopping function g are given. The evolving contour is attracted to the valley created by $\nabla g \cdot \nabla u$ (see text).