

Problemes Curs de Física	<h1 style="margin: 0;">1. Introducció</h1>
---------------------------------	--

Problemes recomanats

- 1 Trobeu el Radi de la terra. Doneu-lo en km, milles terrestres, milles marines, m, cm peus i polsades
Feu el mateix amb el perímetre.
Quin és el volum de la terra? I la seua superfície? (Resutats en milles i km amb l'exponent adequat)
- 2 L'energia de ionització d'un àtom d'hidrogen son 13,6 eV. Doneu aquest valor en Jous.
- 3 La llum visible te una finestra de longituds d'ona entre 400 nm (limit del violet) i 735 nm (limit del roig). A quines energies es corresponen aquests límits (en J i eV). Recordeu que $E= hv$, sent h la constant de Planck, i v la freqüència de la llum.
- 4 Quin és el volum total d'aire que una persona respira al llarg de la seua vida? En cada respiració inspirem 0,5 L d'aire.
- 5 La força de fregament que actua sobre un vehicle de secció A i velocitat v en un medi de densitat ρ ve donada per la l'expressió

$$F = \frac{1}{2} CA\rho v^n$$

on C és un coeficient d'arrosegament, que és adimensional.

- (a) Determina el valor del exponent n per mitjà de càlcul dimensional.
- (b) Calcula el valor de la força si $C = 0.38$, $A = 1.77 \text{ m}^2$, $\rho_{\text{aire}} = 1.23 \text{ kg m}^{-3}$, $v = 36 \text{ km h}^{-1}$.

(c) 40.4 N

- 6 Comproveu si és dimensionalment homogènia l'equació següent

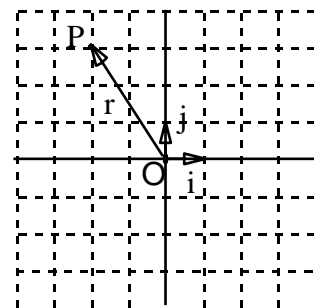
$$F = \frac{4}{\pi} \left(\frac{P}{\omega \sigma^4} \right)^{1/3}$$

on F és força, P és potència, ω és velocitat angular i σ és massa específica superficial.

Sol: No ho és.

- 7 El vector posició r del punt P és $-(2 \text{ m})i + (3 \text{ m})j$, i el punt Q te coordenades $x = -2 \text{ m}$ i $y = -4 \text{ m}$.
 - a) Quines són les components d'un vector unitari dirigit en la direcció de r ?
 - b) Calcula el producte escalar $r_{OP} \cdot r_{OQ}$.
 - c) Calcula el producte vectorial $r_{OP} \times r_{OQ}$.
 - d) Calcula el producte vectorial

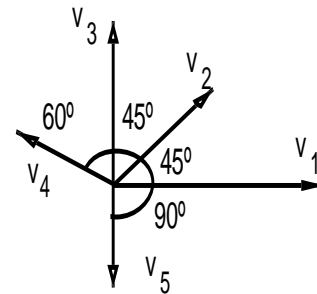
$$r_{OS} \times (r_{OP} \times r_{OQ})$$



- 8 Un avió s'aproxima a la pista d'aterratge amb una velocitat de 280 km h^{-1} cap a l'est i un angle de 25° amb l'horitzontal,
- Quines són les components de la velocitat de l'avió al llarg de les direccions est i cap amunt?
 - Expressa la velocitat v de l'avió en termes dels vectors unitaris i i j que apunten en les direccions est i amunt respectivament

Sol: (a) 107.7 km h^{-1} ; (b) 8.79°

- 9 Calculeu gràficament i analíticament la suma dels vectors v_1 , v_2 , v_3 , v_4 i v_5 que es troben en el mateix pla, sent els seus mòduls $v_1 = 6$, $v_2 = 4$, $v_3 = 5$, $v_4 = 3$ i $v_5 = 2$.



- 10 En la exploració d'una cova, un espeleòleg segueix un pasadís que es dirigeix 210m cap a l'oest, després 180m 45° a l'est del nord i després 110m 60° a l'est del sud. Després d'un altre recorregut en línia recta que no mesura torna al punt de partida.

- Dibuixeu el diagrama de la suma vectorial
- Determineu el darrer recorregut (mòdul i direcció) °

- 11 Donats els vectors $v_1 = (1, 2)$ i $v_2 = (1, -1)$:

- representeu-los gràficament
- Obtingueu el vector suma gràfica i analíticament
- Obtingueu el vector diferència $v_1 - v_2$ gràfica i analíticament
- Calculeu els productes vectorial i escalar dels dos vectors
- ¿Quin angle formen els vectors?

- 12 Donats els vectors $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$ i $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$, calculeu:

- El mòdul del vectors
- El producte escalar
- El producte vectorial
- L'angle que formen (en graus i radians)
- Doneu un vector unitari i perpendicular al pla format pels vectors \vec{a} i \vec{b} .

Material auxiliar

El càlcul diferencial o dit d'un altra manera, saber fer derivades i integrals, i el càlcul vectorial són eines fonamentals en el desenvolupament de l'assignatura que es van impartir durant les assignatures lligades al batxillerat científic. Són per tant eines que s'ha de dominar per poder progressar adequadament durant el curs i que es suposa conegudes.

Aquesta fulla extra de problemes planteja alguns exercicis per repassar aquests coneixements. Les bases de tots ells es poden trobar als llibres de física i matemàtiques de 1er i 2on de batxillerat. A banda, un bon llibre per repassar (o aprendre a fer integrals) és:

Fernando Coquillat "Cálculo Integral: Metodología y problemas" Ed. Tebar Flores.

També us poden ser d'ajuda (ara i en el futur) els següents llibres de taules:

- Carl Nordling and Jonny Österman "Physics Handbook:Elementary constants and units, tables, formulae and diagrams and mathematical formulae". Ed. Studentlitteratur, Lund (Sweden), Chartwell-Bratt Ltd, Kent (England)

- William H. Beyer. "CRC Standard Mathematical tables". Ed. CRC press, Inc. Boca Raton, Florida

Càlcul diferencial

13 Calcula la derivada de les següents funcions respecte de x.

a) x^4	b) $x^4 + 2x^2 + 3x + 4$	c) x^{-4}
d) $\frac{1}{2x^2 + 3x + 4}$	e) $\frac{x}{2x^2 + 3x + 4}$	f) $\frac{2x^2 - 1}{3x^3 - 3x^2 + 4}$
g) $\ln(x)$	f) $\ln(2x^2 + 4)$	g) $\ln(x^4 + 2x^2 - 3x + 4)$
h) $3e^x$	i) $3e^{-x^4 + 2x^2 + 3x + 4}$	j) $3x^2 e^{x^4 + 2x^2 + 3x + 4}$
k) $3 \exp[5x^3 + 7x]$	l) $\frac{3 \exp[2x^3 + 7x]}{2x^2 + 1}$	m) $\frac{2x^3 - 7x - 2}{2x^2 + 1} \ln(x + 3)$
n) $(2x^2 - 1) \ln\left(\frac{2x^2 + 5}{x - 3}\right)$	o) $(2x^2 + 1) \exp\left[\frac{2x^3 + 7x}{3x - 1}\right]$	p) $2x^3 \ln(2x^2 + 1) \exp[3x - 1]$
q) $\sin(x)$	r) $\cos(x)$	s) $\tan(7x) = \text{tg}(7x)$
t) $\arcsin(x) = \sin^{-1}(x)$	u) $\arccos(x) = \cos^{-1}(x)$	v) $\text{arctg}(x) = \text{tg}^{-1}(x)$
w) $\sin(x^2 - 3)$	x) $\sin^2(x^2 - 6)$	y) $\cos^2(x^2 - 1)^2$
z) $\sin(x)\cos(x)$	aa) $\sin(x) \text{tg}(x)$	ab) $\cos(x) \text{tg}(x)$
ac) $\sqrt{2x^2 + 3x + 4}$	ad) $\frac{1}{\sqrt{2x^2 + 3x + 4}}$	ad) $\frac{2x - 1}{\sqrt{2x^2 + 3x + 4}}$

14 Calcula la integral de les següents funcions respecte de x.

a) x^4	b) $x^4 + 2x^2 + 3x + 4$	c) x^{-4}
d) $\frac{1}{2x+4}$	e) $\frac{4x+3}{2x^2+3x+4}$	f) $\frac{x^2-1}{\sqrt{x^3-3x+4}}$
g) $\frac{2x-3}{(x^2-3x+4)^{5/2}}$	f) $3e^x$	g) $3e^{-7x}$
h) $(2x^3-1)e^{x^4-2x+4}$	i) 7^x	j) $(2x+3)7^{x^2+3x-4}$
k) $\ln(x)$	l) $(2x-1)\ln(x^2-x)$	m) $\sin(x)$
n) $\cos(4x)$	o) $\operatorname{tg}(x)$	p) $\sin(x)\cos(x)$
q) $\sin(x)\cos^2(x)$	r) $4x \sin(x^2-3)$	s) $\cos^2(3x)$
t) $\frac{1}{2x^2+4}$	u) $\frac{1}{2x^2-4}$	v) $\frac{1}{x^2-9}$
w) $\frac{-1}{\sqrt{4-x^2}}$	x) $\frac{-1}{\sqrt{1-(x+2)^2}}$	y) $\frac{x}{\sqrt{1-(x^2+2)^2}}$
z) $\frac{x}{\sqrt{-x^4+2x^2}}$	aa) $\frac{-1}{\sqrt{x^2-4}}$	

15 Calcula la derivada de les següents funcions respecte del temps. Teniu en compte que x, y i z son variables i que a, b, c i d, m i n són constants.

a) $x^m + ax^n + b$	b) $z^2x^4 + 2xy^2 + 3x + 4$	c) $ay^n x^{-m} + bz^{n-m} + c$
d) $\frac{1}{ax^n + bxy^m + c}$	e) $\frac{a}{\sqrt{bx^n + c}}$	f) $\frac{ax^n - b}{cy^m + d}$
e) $\ln(ax^n z^m - by)$	f) $\ln[\cos(az^m - by^n)]$	g) $\sin[bx e^{ay^n+c}]$

16 Fes les següents integrals, considerant x, y, z i t variables, a, b, c, d i n constants:

a) $\int_0^3 (6x^5 + 2x^3 + 3x + 4) dx$	b) $\int_2^5 (t-1)^{-3} dt$	c) $\int_2^4 \frac{2z-3}{\sqrt{z^2-3z+4}} dz$
d) $\int_a^b \frac{dy}{cy+d}$	e) $\int_0^x (2x-3)(x^2-3x+4)^n dx$	f) $\int_0^t \frac{dt}{\sqrt{at^2-b}}$
g) $\int_a^b \frac{dy}{(cy+d)^n}$	f) $\int_0^y aye^{-by^2+c} dy$	g) $\int_0^t \sin(at+b) dt$