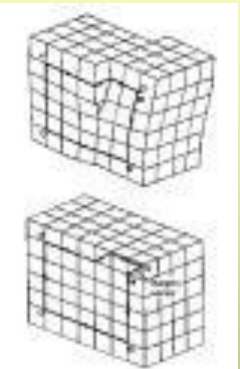


Tema 7. Elasticitat.



7.1. Elasticitat i plasticitat

7.2 Esforç, deformació i els mòduls elàstics.

7.3. Esforç de tensió i mòdul de Young.

7.4. Compressió.

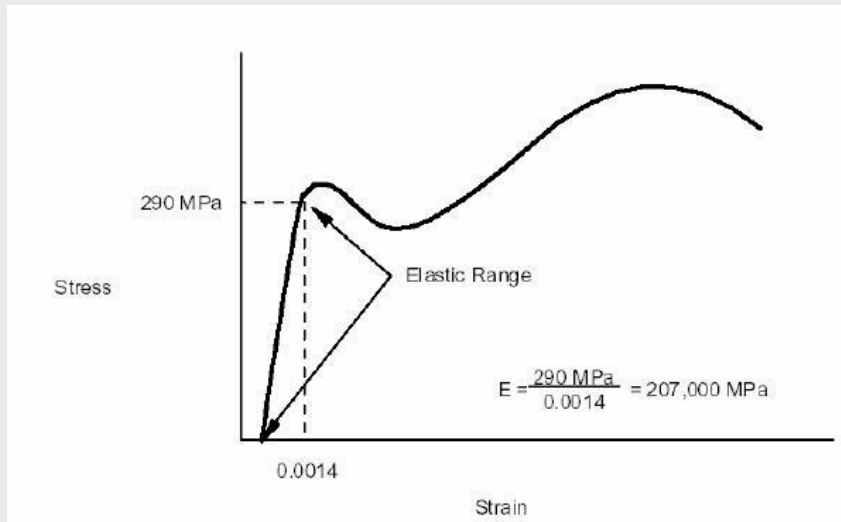
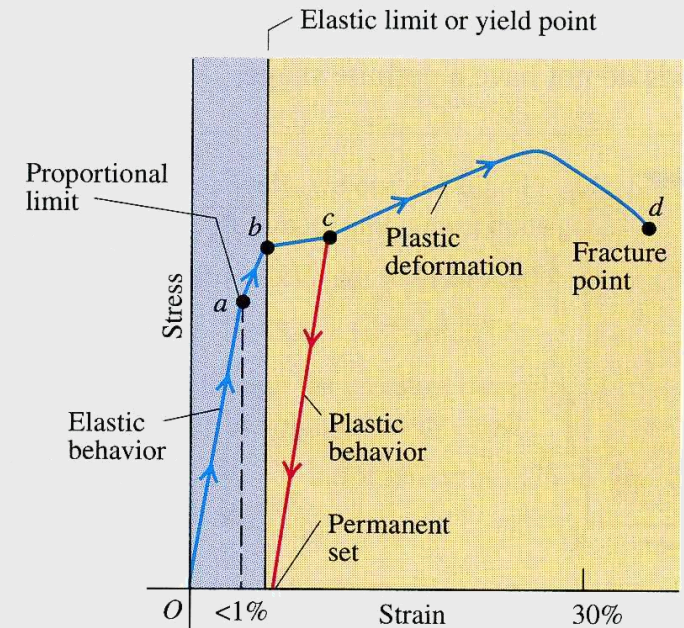
7.5. Cisallament.



7.1. Elasticitat i plasticitat

La majoria de materials són *elàstics*. Això significa que sota l'aplicació d'una força o compressió canvien lleugerament de forma, recuperant la seua forma original quan cessa l'acció de la força si aquesta no va excedir un determinat límit.

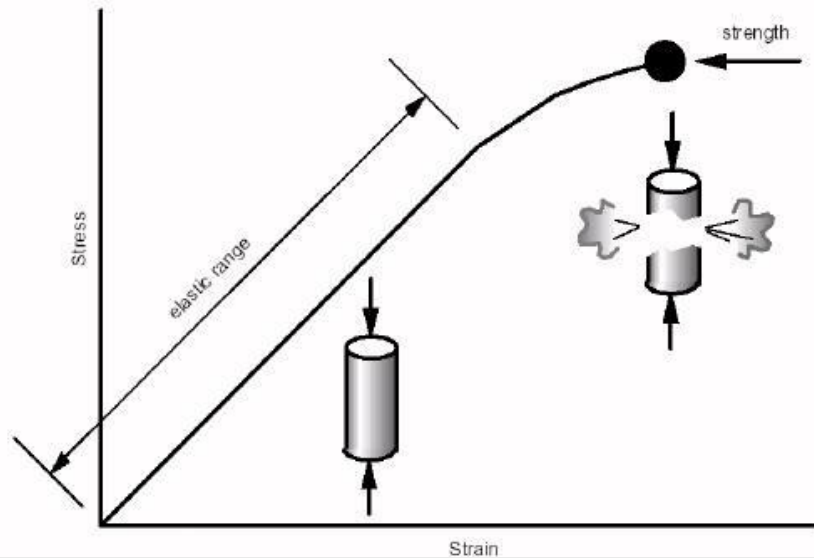
Uns altres materials, com la plastilina, són inelàstics o *plàstics*.



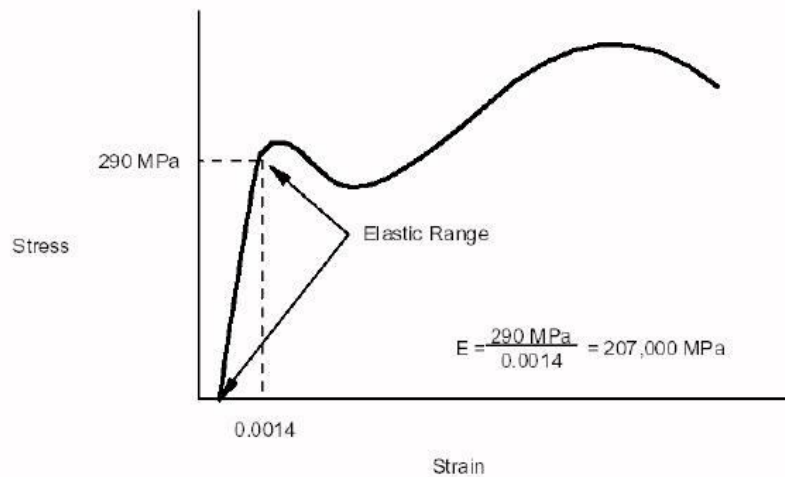
Gràfica de tensió-elongació d'acer

$$\text{Tenacitat} = \frac{E}{V} = \int_0^{L_{\text{frac}}} \text{esforç} \text{ ddeformació}$$

7.1. Elasticitat i plasticitat



Stress-Strain Plot Showing the Elastic Range

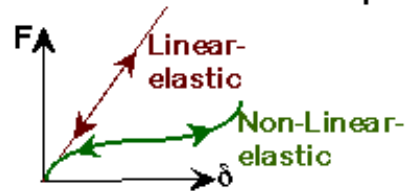
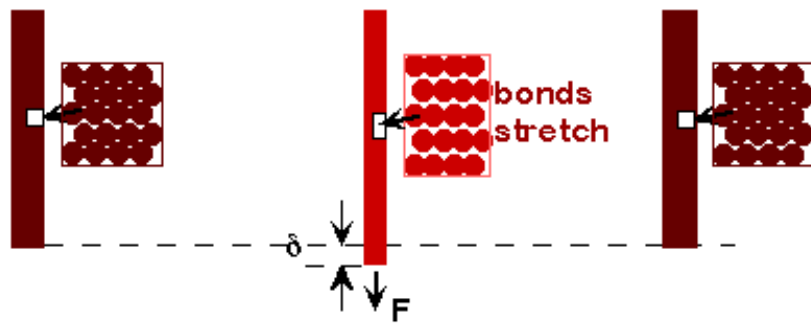


Stress-Strain Plot for steel

7.1. Elasticitat i plasticitat

ELASTIC DEFORMATION

1. Initial
2. Small load
3. Unload

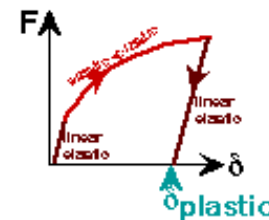
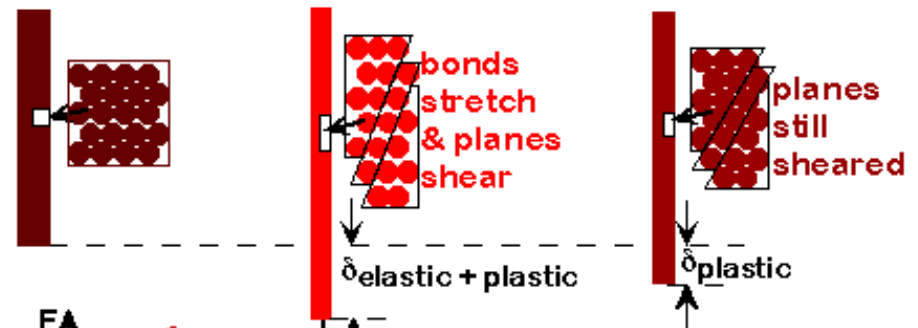


Anderson 205-6.2

PLASTIC DEFORMATION (METALS)

(at lower temperatures: $T < T_{\text{melt}}/3$)

1. Initial
2. Large load
3. Unload



Anderson 205-6.3

7.2. Esforç, deformació i els mòduls elàstics.

Definicions

- L'**esforç** és, genèricament, la força aplicada dividida per l'àrea sobre la qual s'aplica. La unitat SI d'esforç és el *pascal*, $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$
- La **deformació unitària** és la raó de la deformació a la dimensió inicial (no té dimensions).

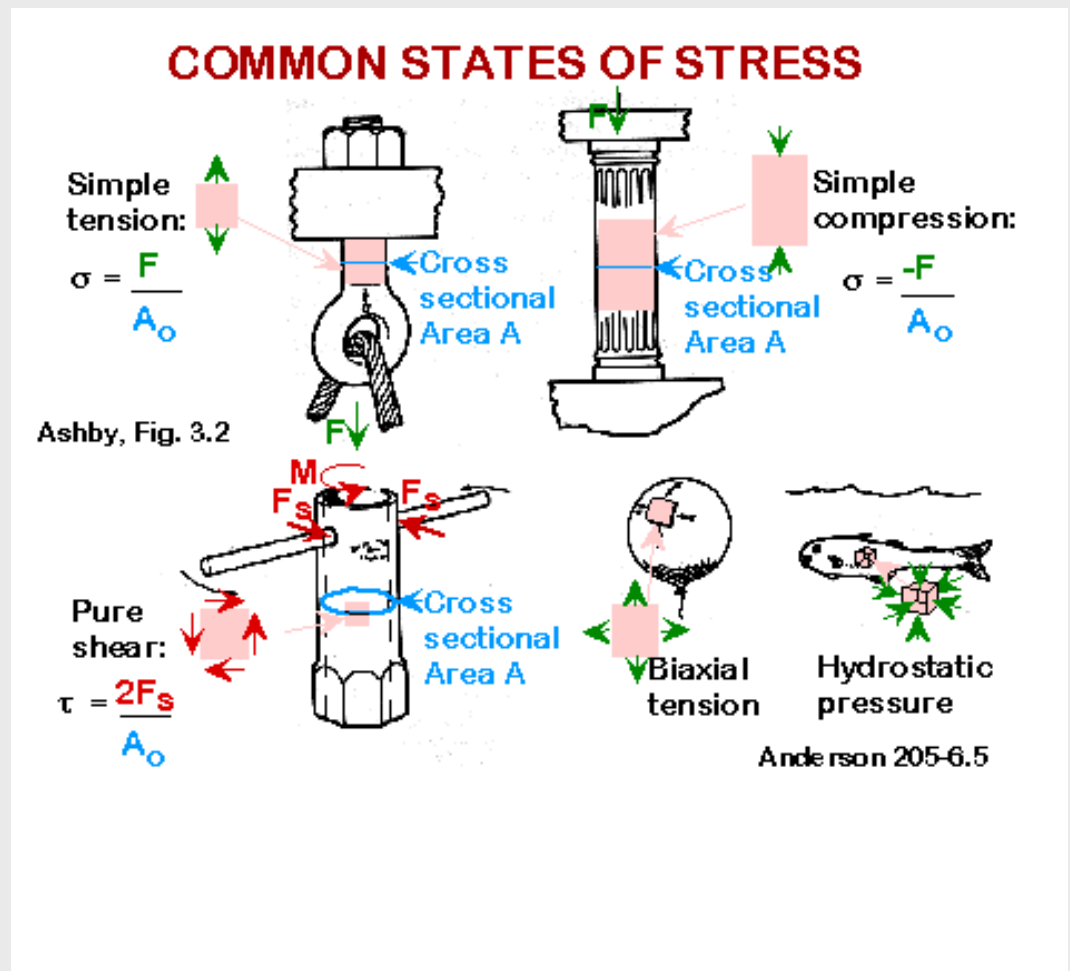
La relació que compleixen els materials elàstics és que si l'esforç no excedeix determinat límit (el límit elàstic), aleshores:

$$\frac{\text{esforç}}{\text{deformació unitària}} = \text{modul d'elasticitat (constant)}$$

7.2. Esforç, deformació i els mòduls elàstics.

Les forces deformadores poden actuar sobre l'objecte de diferents maneres, i tindrem així diversos tipus d'esforç i de deformació unitària.

el



7.3. Esforç de tensió i mòdul de Young

Mòdul de Young

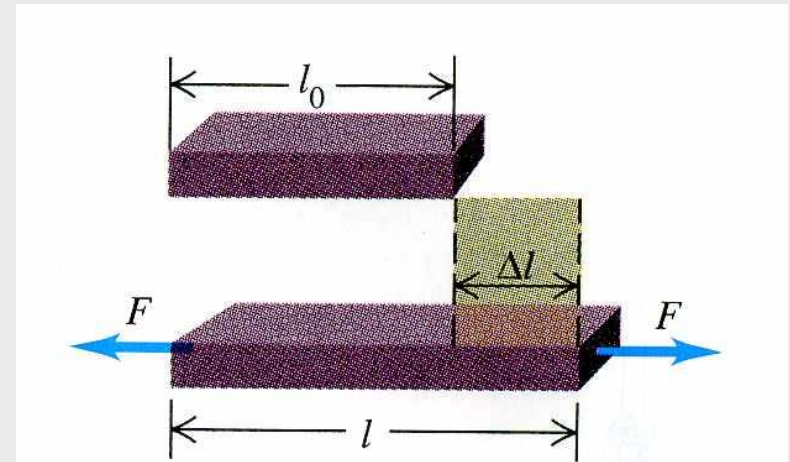
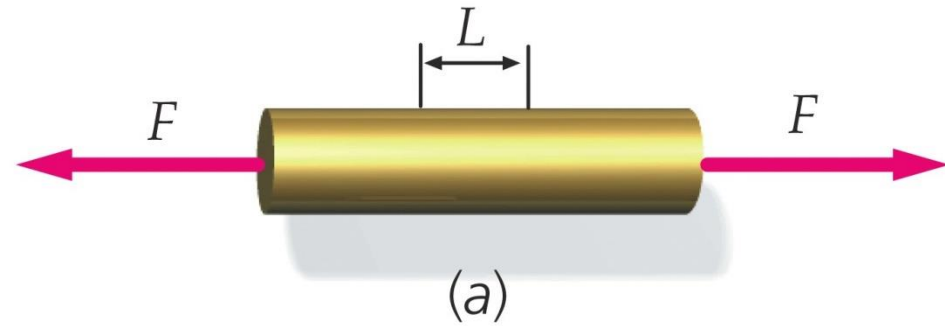
$$\text{esforç de tensió} = \frac{F_{\perp}}{A}$$

$$\text{deformació unitària de tensió} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\frac{\frac{F_{\perp}}{A}}{\frac{\Delta L}{L_0}} = Y \quad \text{o be} \quad Y = \frac{F_{\perp}}{A} \frac{L_0}{\Delta L}$$

$$F_{\perp} = \frac{YA}{L_0} \Delta L$$

$$\text{Tenacitat} = \frac{E_{\max}}{V} = \int_0^{L_{\text{frac}}} \frac{F}{V} dL$$



11-10 The tensile strain is defined as $\Delta l/l_0$. The elongation Δl is exaggerated for clarity.

7.3. Esforç de tensió i mòdul de Young.

TABLE 12-1

Young's Modulus Y and Strengths of Various Materials[†]

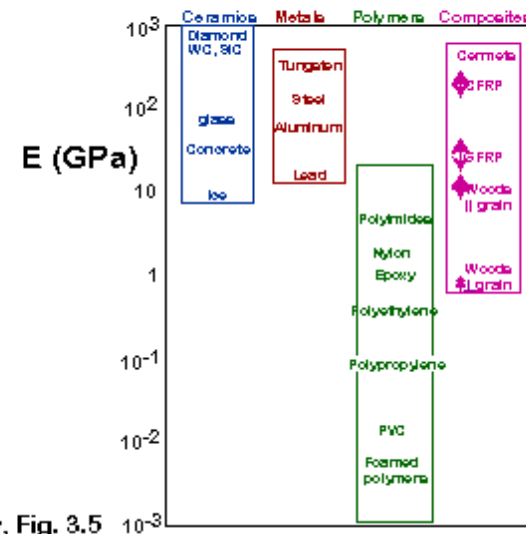
Material	Y , GN/m ² ‡	Tensile strength, MN/m ²	Compressive strength, MN/m ²
Aluminum	70	90	
Bone			
Tensile	16	200	
Compressive	9		270
Brass	90	370	
Concrete	23	2	17
Copper	110	230	
Iron (wrought)	190	390	
Lead	16	12	
Steel	200	520	

[†] These values are representative. Actual values for particular samples may differ.

[‡] 1 GN = 10³ MN = 1 × 10⁹ N.

COMPARISON OF YOUNG'S MODULI

$E_{\text{ceramics}} > E_{\text{metals}} \gg E_{\text{polymers}}$



Ashby, Fig. 3.5

Anderson 205-6.10

7.3. Esforç de tensió i mòdul de Young.

- 1 Una barra d'acer de 2.0 m de llarg té una secció de 0.30 cm^2 . Es penja una màquina de 550 kg de la barra. Determina la tensió, la deformació i l'elongació de la barra.

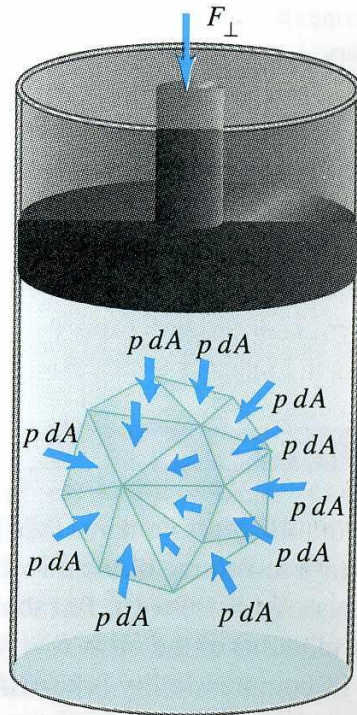
7.4. Compressió.

Compressió

Un objecte submergit en un fluid experimentarà una deformació en tota la seua superfície, cosa per la qual el volum canviarà de V a $V + \Delta V$. En aquest cas tindrem una *deformació unitària de compressió*, i l'esforç es denomina **pressió**.

$$p = \frac{F_p}{A}$$

Una altra unitat habitual de pressió és l'*atmosfera*,
 $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$



11–14 Every element dA of the surface of a submerged body experiences an inwardly normal force $dF_{\perp} = p dA$ from the surrounding fluid.

7.4. Compressió.

Compressió

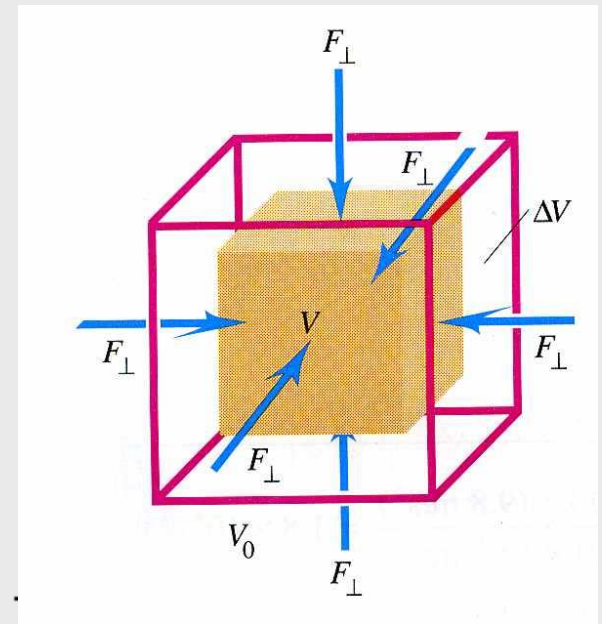
El mòdul elàstic que relaciona l'esforç de volum o pressió i la deformació unitària de volum s'anomena **mòdul volumètric** B ,

$$-\frac{\text{esforç de volum}}{\text{def. unit. de volum}} = B$$

$$B = -\frac{p}{\Delta V / V_0}$$

La **compressibilitat** k es defineix

$$k = \frac{1}{B} = \frac{-1}{V_0} \frac{\Delta V}{\Delta p}$$



COMPRESSIBILITIES OF LIQUIDS

LIQUID	COMPRESSIBILITY, k	
	Pa ⁻¹	atm ⁻¹
Carbon disulfide	93×10^{-11}	94×10^{-6}
Ethyl alcohol	110×10^{-11}	111×10^{-6}
Glycerine	21×10^{-11}	21×10^{-6}
Mercury	3.7×10^{-11}	3.8×10^{-6}
Water	45.8×10^{-11}	46.4×10^{-6}

7.4. Compressió.

- 11 Una premsa hidràulica conté 0.25 m^3 (250 L) de oli. Troba el decreixement de volum de l'oli quan es subjecta a un increment de pressió de $\Delta p = 1.6 \times 10^7 \text{ Pa}$ (unes 160 atm). El mòdul de compressibilitat de l'oli és $B = 5.0 \times 10^9 \text{ Pa}$ (prop de $5.0 \times 10^4 \text{ atm}$), i la compressibilitat és $k = 1/B = 20 \times 10^{-6} \text{ atm}^{-1}$.

7.4. Compressió.

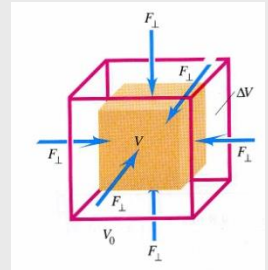
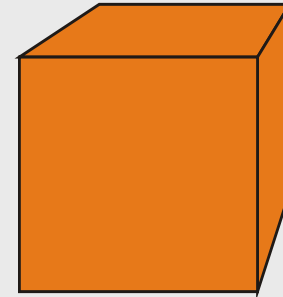
Un bloc cúbic de coure massís, amb mòdul de volum $B = 14 \times 10^{10} \text{ Pa}$, té un volum $V_0 = 1 \text{ cm}^3$ a pressió ambient ($1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$).

(a) Determina la relació entre l'area externa, i el volum del cos, $A(V)$.

(b) Diferenciant l'expressió $A(V)$, troba el canvi de superfície que correspon a un canvi de volum menut, ΔV .

(c) Determina el canvi de volum quan es troba immers en un fluid a pressió 11 atm.

(d) Calcula ΔA quan passem el cub d'1 atm a 11 atm.



7.5. Cisallament

Cisallament

Una força F_s és de cisallament si s'aplica de manera tangencial a la superfície, en lloc de normal a aquesta com en la tensió. L'esforç rep aleshores el nom de *tensió de cisallament* o *esforç de tall*.

$$\text{tensió de cisallament } t = \frac{F_s}{A}$$

$$\text{deformació de cisallament } t = \tan \theta = \frac{\Delta x}{L}$$

El *mòdul de cisallament*, G , val doncs

$$G = -\frac{F_s / A}{\Delta x / L} = \frac{F_s / A}{\tan \theta} \approx \frac{F_s / A}{\theta}$$

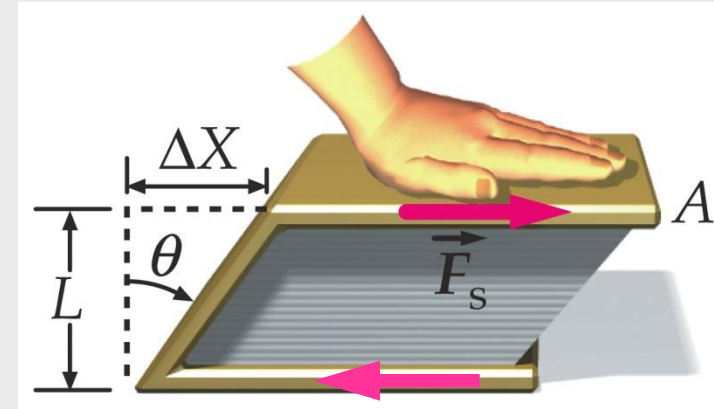


TABLE 12-2

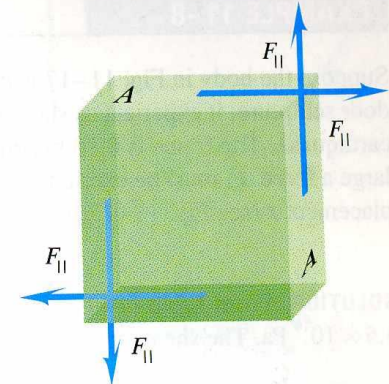
Approximate Values of the Shear Modulus M_s of Various Materials

Material	M_s , GN/m ²
Aluminum	30
Brass	36
Copper	42
Iron	70
Lead	5.6
Steel	84
Tungsten	150

7.5. Cisallament

la raó entre la tensió de cisallament i la deformació unitària de tall és una constant, el *mòdul de cisallament* G ,

$$G = \frac{\text{esforç de tall}}{\text{def. unit.de tall}} = \frac{F_s / A}{x / h} = \frac{F_s / A}{\phi}$$

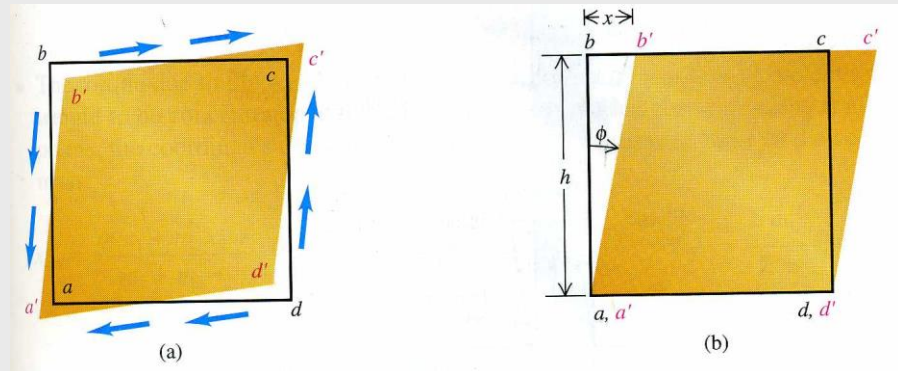


11-16 A body under shear stress. The area A is the edge area on which each force F_{\parallel} acts.

TABLE 12-2

Approximate Values of the Shear Modulus M_s of Various Materials

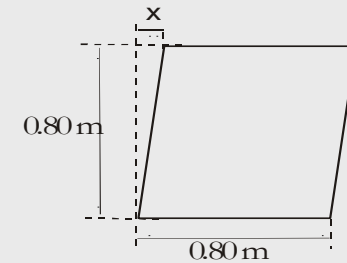
Material	M_s , GN/m ²
Aluminum	30
Brass	36
Copper	42
Iron	70
Lead	5.6
Steel	84
Tungsten	150



7.5. Cisallament

La base d'una escultura en el carrer és un quadrat de llautó de 0.80 m de costat i 0.50 cm de gruix. Aquesta base experimenta forces de cisallament a causa d'un terratrèmol. ¿Quina força tangent s'ha d'exercir en cada costat si el desplaçament x és 0.16 mm?

$$G = 3.5 \times 10^{10} \text{ Pa}$$



Resum

$$\frac{\text{esforç}}{\text{deformacio unitaria}} = \text{modul d'elasticitat (constant)}$$

$$\text{esforç de tensió} = \frac{F_{\perp}}{A}$$

$$\text{deformació unitària de tensió} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$Y = \frac{F_{\perp}}{A} \frac{L_0}{\Delta L}$$

$$p = \frac{F_p}{A}$$

$$B = -\frac{p}{\Delta V / V}$$

$$\text{tensió de cisallament} = \frac{F_s}{A}$$

$$\text{deformació de cisallament} = \tan \theta = \frac{\Delta x}{L}$$

$$G = -\frac{F_s / A}{\Delta x / L} = \frac{F_s / A}{\tan \theta} \approx \frac{F_s / A}{\theta}$$