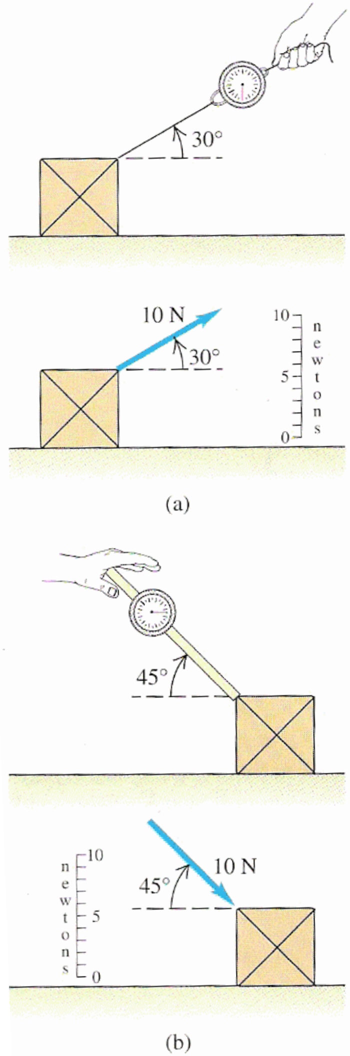
Tema 3.
Lleis del moviment de Newton

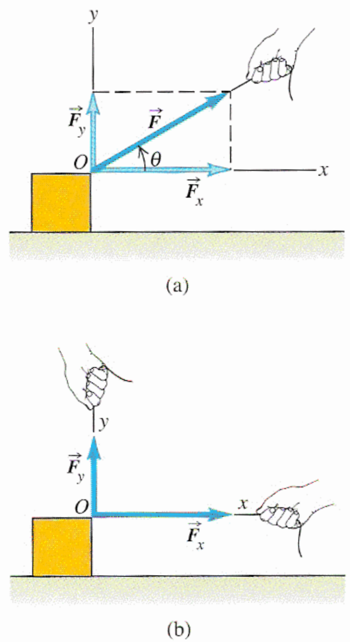
3.1. Força.
3.2. Lleis del moviment de Newton.
3.3. Equilibri d'una partícula.
3.4. Aplicacions de la segona llei de Newton.
3.5. Forces de contacte i fricció.
3.6. Dinàmica del moviment circular.
3.7. Forces no inercials

UNIVERSITAT
JAUME•I

3.1. Força



4–1 A force may be exerted on
he box by either (a) pulling it or
b) pushing it. A force diagram
llustrates each case.



4–3 The force $\vec{F}$, which acts at an angle θ from the x-axis, may be replaced by its rectangular component vectors $\vec{F}_x$ and $\vec{F}_y$. The x- and y-components of $\vec{F}$ are $F_x = F\cos\theta$ and $F_y = F\sin\theta$.

Components d'una força

3.2. Lleis del moviment de Newton

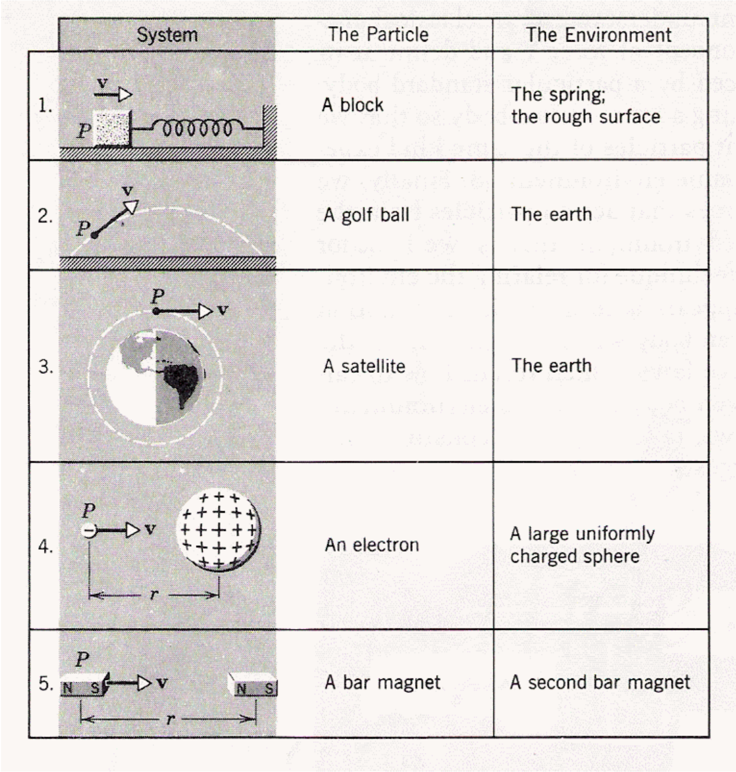
Primera llei de Newton

"Una partícula lliure en un sistema de referència inercial es mou sense acceleració, a velocitat constant."

Si la suma de les forces que actuen sobre una partícula és zero, la quantitat de moviment (o moment lineal)

$$\vec{\mathbf{p}} = m\vec{\mathbf{v}}$$

és constant



	System	The Particle	The Environment
1.		A block	The spring; the rough surface
2.		A golf ball	The earth
3.		A satellite	The earth
4.		An electron	A large uniformly charged sphere
5.		A bar magnet	A second bar magnet

3.2. Lleis del moviment de Newton.

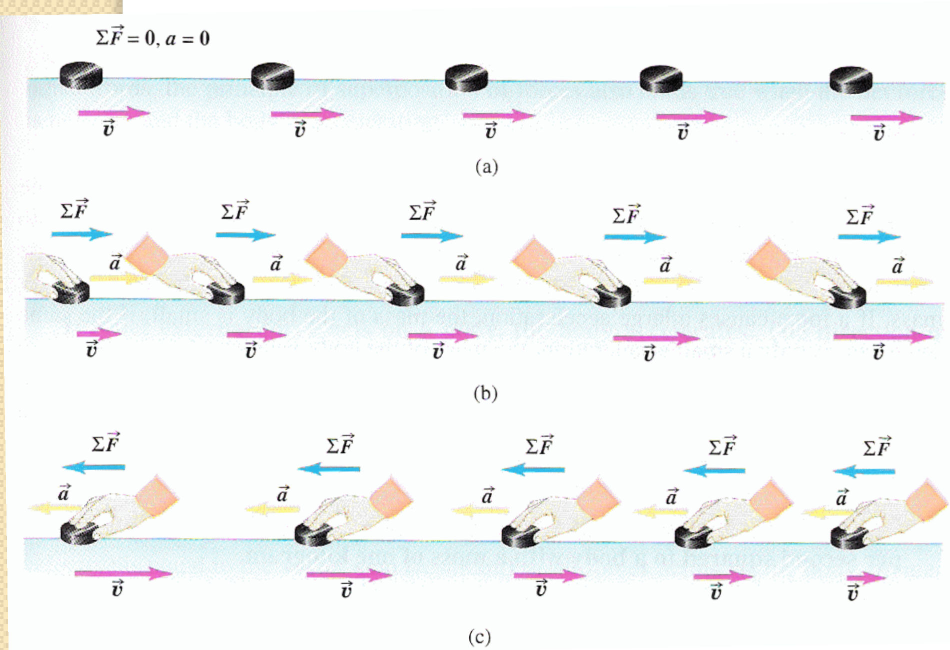
Segona llei de Newton

"La raó temporal del canvi de moment d'una partícula és igual a la força que actua sobre la partícula."

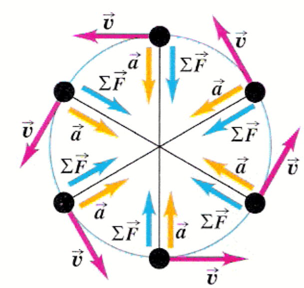
$$\vec{\mathbf{F}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt} \qquad\qquad \vec{\mathbf{F}} = m\frac{d\vec{\mathbf{v}}}{dt} = m\vec{\mathbf{a}}$$

Si actuen diverses forces sobre la partícula, aleshores el canvi temporal del moment lineal és igual a la *resultant* de les forces,

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = \frac{d\vec{\mathbf{p}}}{dt} = m\vec{\mathbf{a}}$$



4–9 The acceleration of a body is in the same direction as the net force acting on the body (in this case, a hockey puck on a frictionless surface). (a) If $\Sigma\vec{F} = \mathbf{0}$, the puck is in equilibrium; the velocity is constant and the acceleration is zero. (b) If $\Sigma\vec{F}$ is to the right, the acceleration is to the right. (c) If $\Sigma\vec{F}$ is to the left, the acceleration is to the left.

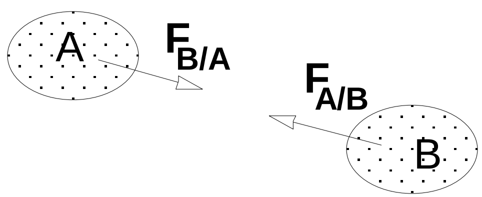


4–10 A top view of a hockey puck in uniform circular motion on a frictionless horizontal surface. At any point in the motion the acceleration $\vec{a}$ and the net force $\Sigma\vec{F}$ are in the same direction, toward the center of the circle.

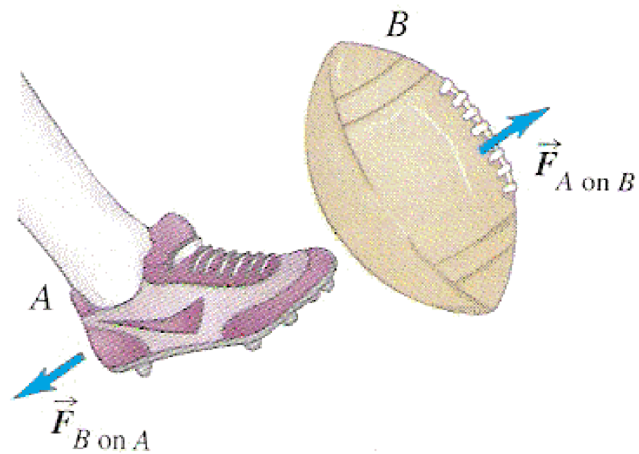
3.2. Lleis del moviment de Newton.

Tercera llei de Newton

"Quan dues partícules interaccionen, la força que la primera partícula exerceix sobre la segona és igual, i de sentit contrari, a la força que fa la segona sobre la primera."



$$\vec{\mathbf{F}}_{A/B} + \vec{\mathbf{F}}_{B/A} = 0$$

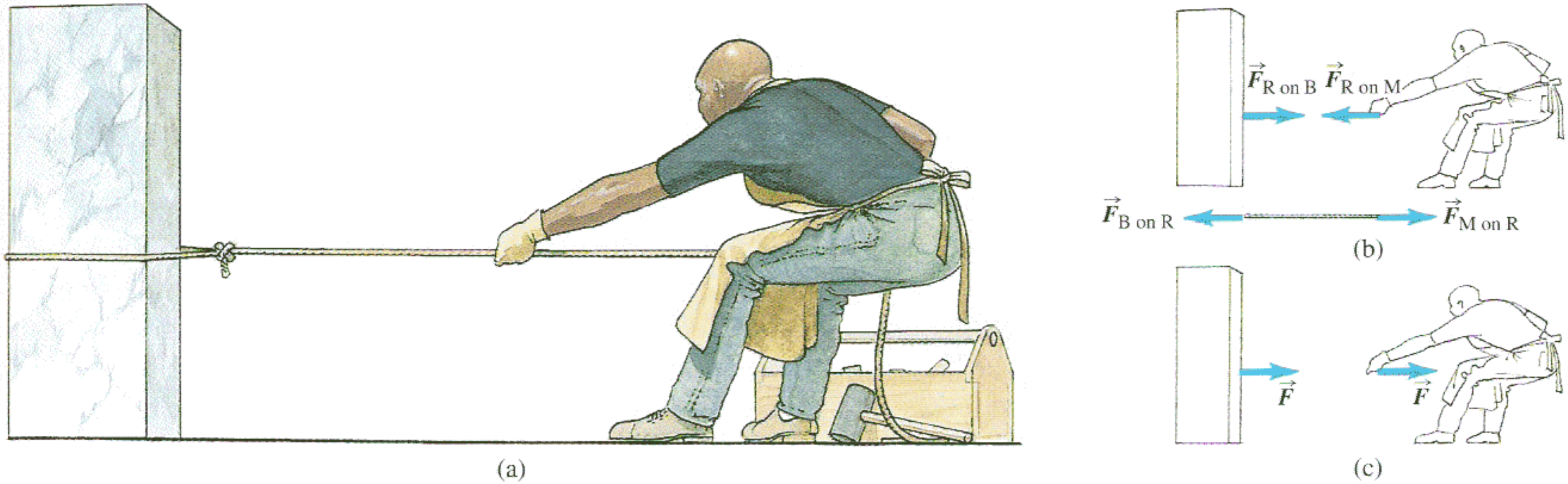


4–18 If body A exerts a force $\vec{F}_{A \text{ on } B}$ on body B, then body B exerts a force $\vec{F}_{B \text{ on } A}$ on body A that is equal in magnitude and opposite in direction: $\vec{F}_{A \text{ on } B} = -\vec{F}_{B \text{ on } A}$.

3.2. Lleis del moviment de Newton.

Tercera llei de Newton

"Quan dues partícules interaccionen, la força que la primera partícula exerceix sobre la segona és igual, i de sentit contrari, a la força que fa la segona sobre la primera."

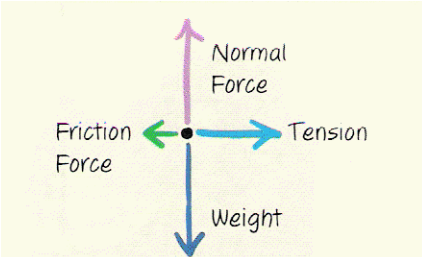


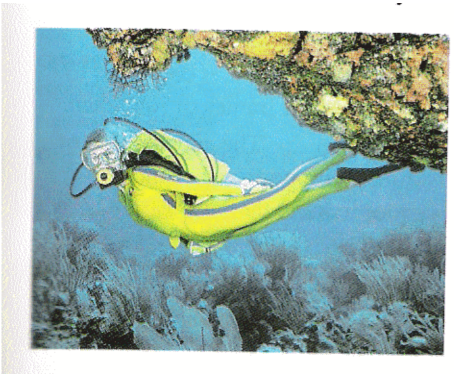
4–20 (a) A mason pulls on a rope attached to a block. (b) Separate diagrams showing the force of the rope on the block, the force of the rope on the mason, and the forces of the block and the mason on the rope. (c) If the rope is not accelerating or if its mass can be neglected, it can be considered to transmit an undiminished force from the mason to the block, and vice versa.

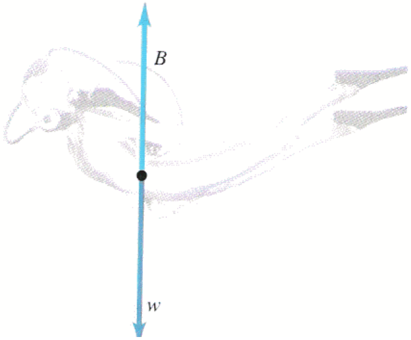
3.2. Lleis del moviment de Newton.

Diagrama de sòlid lliure

Consisteix en un diagrama que mostra el cos aïllat de tot el seu entorn, i amb vectors que mostren les forces aplicades sobre el cos per altres cossos que interaccionen amb ell.
El dibuix del cos mateix pot ser molt esquemàtic.
Hem de incloure *totes* les forces que actuen sobre el cos, i *no* hem de incloure les que el cos fa sobre altres cossos de l’entorn.
En particular, els parells d’acció i reacció mai poden aparèixer en un mateix diagrama ja que aqueixos parells no actuen sobre un mateix cos (segons la tercera llei de Newton).
Per a cada força del diagrama, s’ha de saber quin altre cos la causa.





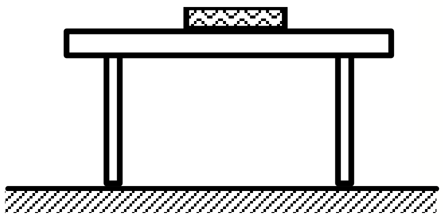


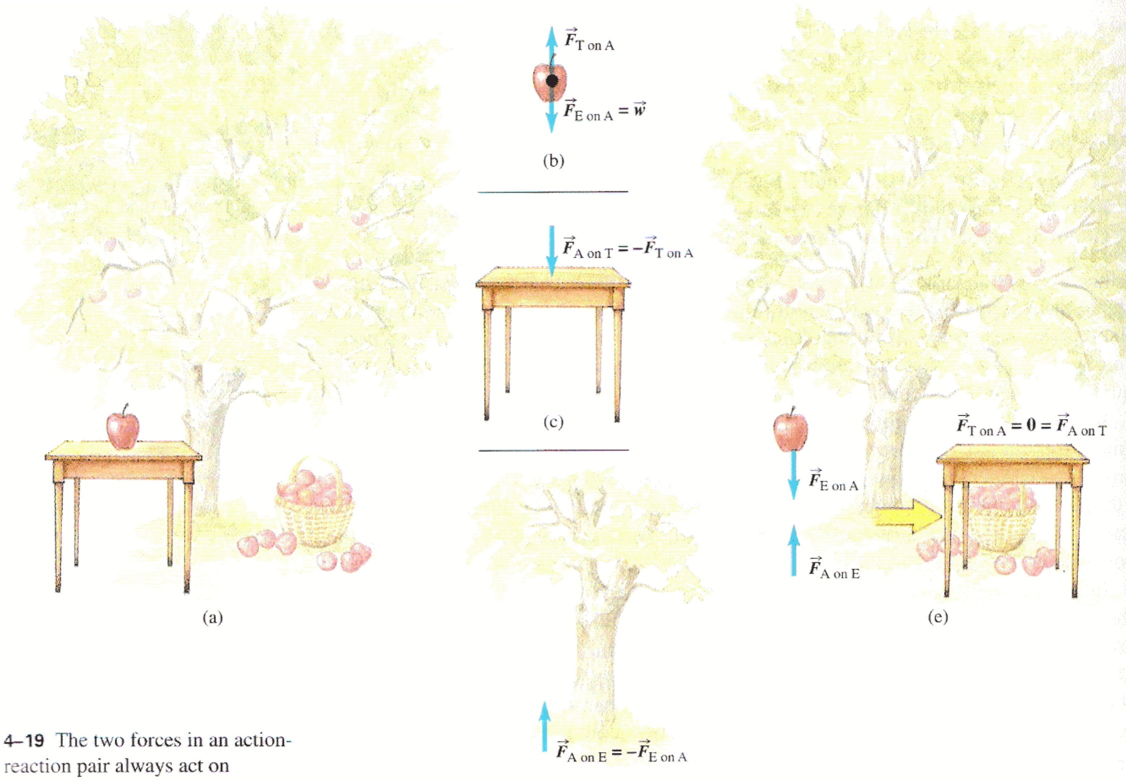
3.2. Lleis del moviment de Newton.

Quan dues superfícies es troben en contacte cadascuna exerceix sobre l'altra una força anomenada *força normal*, N. Aquesta força normal és sempre *perpendicular a les superfícies en contacte*.

Problema

Un llibre resta damunt d'una taula. Considerem el sistema taula-llibre i identifiquem totes les forces que hi ha.



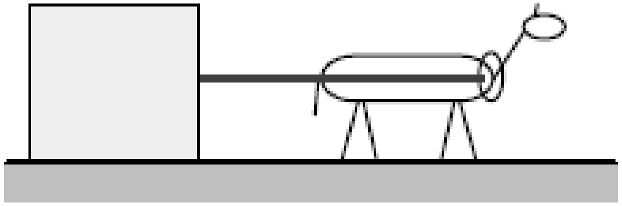


4–19 The two forces in an action-reaction pair always act on different bodies

3.2. Lleis del moviment de Newton.

Problema

Aparellem un cavall perquè arrossegue un bloc de pedra. Però imaginem que aleshores el cavall argueix que si estirava del bloc, aleshores el bloc, en virtut de la llei d'acció i reacció, estiraria igualment sobre ell, i no hi hauria moviment efectiu, sent inútil intentar-ho. Doneu arguments que proven que l'animal pot fer la tasca encomanada.

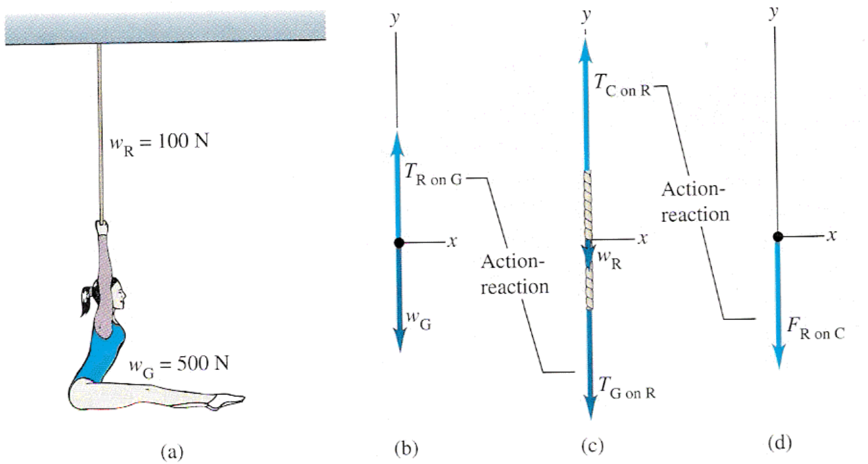


3.3. Equilibri d'una partícula.

Condició d'equilibri

Diem que un cos està en *equilibri* si cada punt del cos es mou amb la mateixa velocitat constant. Aquesta velocitat ha de ser determinada respecte d'un sistema de referència inercial. Quan un cos es troba en equilibri, la suma vectorial de les forces que actuen sobre ell és zero.

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = \mathbf{0}$$



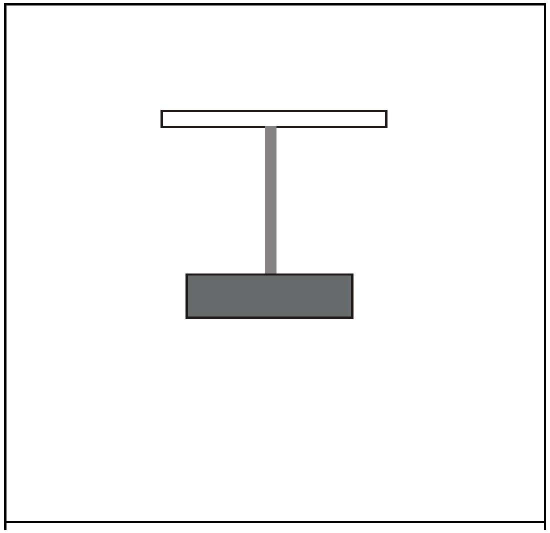
3.3. Equilibri d'una partícula.

Problema

7 Per a millorar l'acústica d'un auditori, es suspén del sostre un reflector de so de massa 200 kg amb una cadena.

a) ¿Quin és el pes del refector?
b) ¿Quina força exerceix la cadena sobre el reflector?
c) ¿Quina és la tensió en la cadena?

Suposem que la massa de la cadena és negligible.



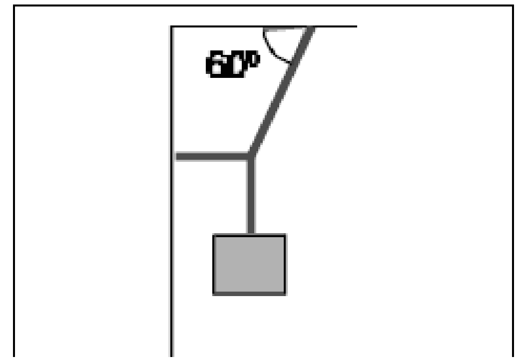
8 Suposeu que la massa de la cadena del problema anterior no és negligible sinó que és 10.0 kg. Trobeu les forces en els extrems de la cadena.

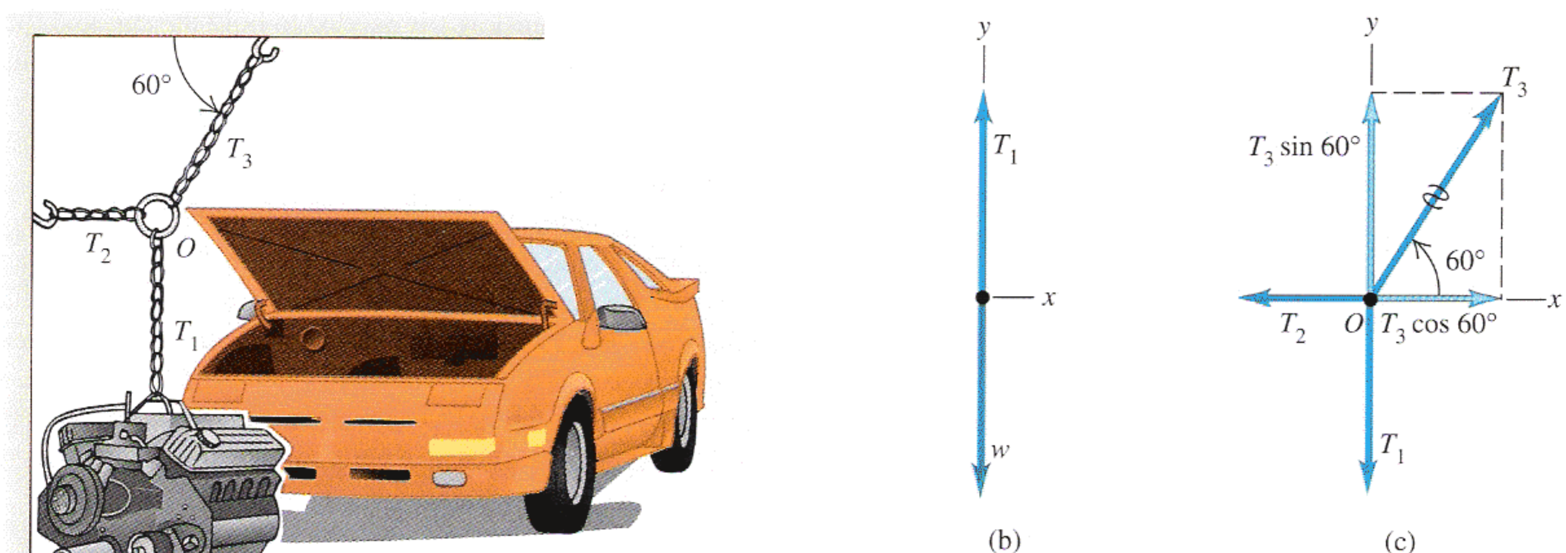
3.3. Equilibri d'una partícula.

Problema

Un motor de cotxe amb pes $W = 2200$ N penja d'una cadena que està enganxada a altres dues, les quals estan fixades a la paret i al sostre. S'han de trobar les tensions en aquestes cadenes, suposant que la massa de les cadenes és negligible.

Sol: 2200 N, 1270 N, 2540 N.





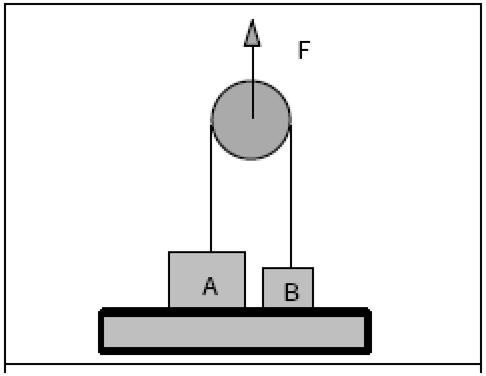
5–2 (a) A car engine with weight w is suspended from a chain linked at O to two other chains. The chains and ring are consid-

3.4. Aplicacions de la segona llei de Newton

Problema

14 Les masses dels cossos A i B de la figura són 20 i 10 kg, respectivament. Inicialment estan en repòs sobre el terra i units per una corda sense pes, que passa per una corriola sense pes ni fregament. S'aplica a la corriola una força F de mòdul F = 788 N i dirigida cap a amunt. Calculeu les acceleracions a_1 i a_2 del cossos A i B.

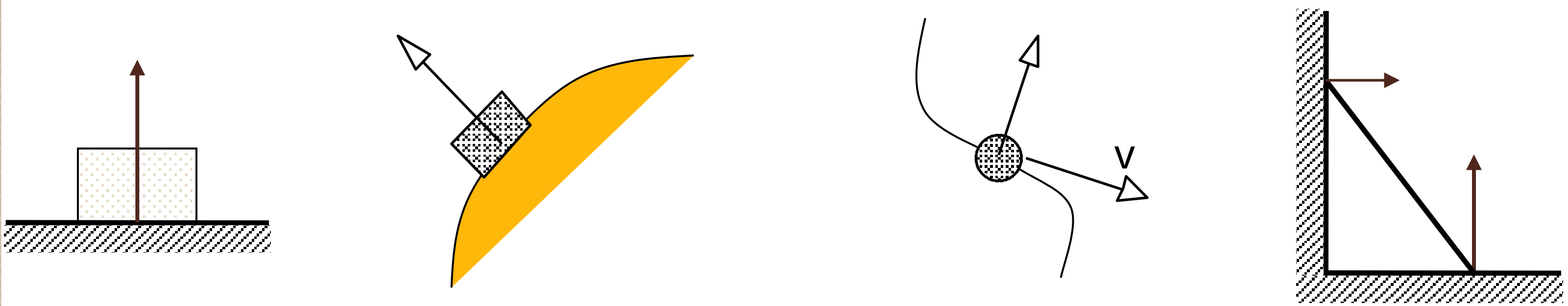
Sol: $a_A = 9.90$ m s^{-2}, $a_B = 29.6$ m s^{-2}.



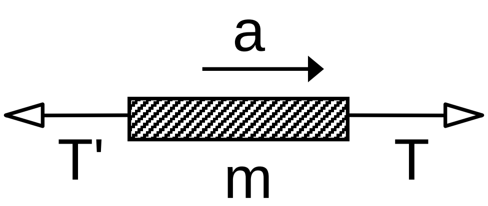
3.5. Forces de contacte i fricció

Força Normal

Quan dues superfícies es troben en contacte cadascuna exerceix sobre l'altra una força anomenada *força normal*, N. Aquesta força normal és **sempre** *perpendicular a les superfícies en contacte*.



Tensió



$$\sum \vec{\mathbf{F}} = m_{corda}\vec{\mathbf{a}}$$

$$\vec{\mathbf{T}} + \vec{\mathbf{T}}' = m_{corda}\vec{\mathbf{a}}$$

Si $m_{corda}=0$ ó $a=0 \rightarrow \boxed{T=T'}$

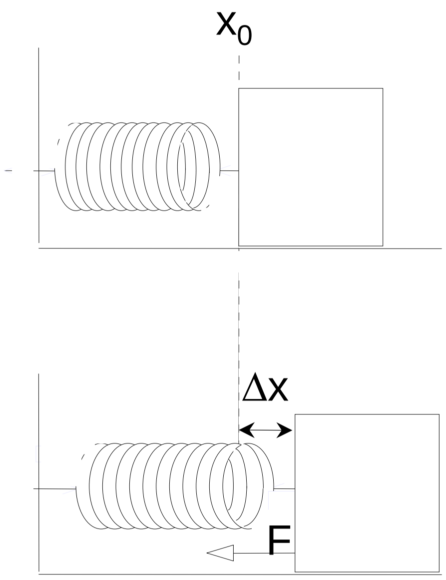
3.5. Forces de contacte i fricció

Força exercida per una molla: Llei de Hook

Considerem una molla en repòs, de longitud x_0, enganxada a un bloc com en la Fig. 5a. Si estirem el bloc, la molla exerceix una força proporcional a la distància addicional que ha adquirit, $\Delta x = (x - x_0)$ o *elongació* (Fig. 5b),

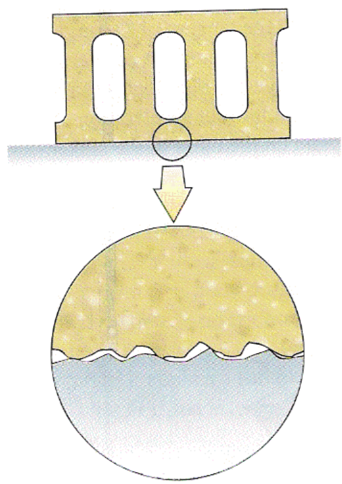
$$F = -k(x - x_0)$$

Es coneix aquesta equació com a *llei de Hooke*. El signe – és degut al fet que es tracta d'una *força restauradora*.



3.5. Forces de contacte i fricció

Fricció estàtica i dinàmica

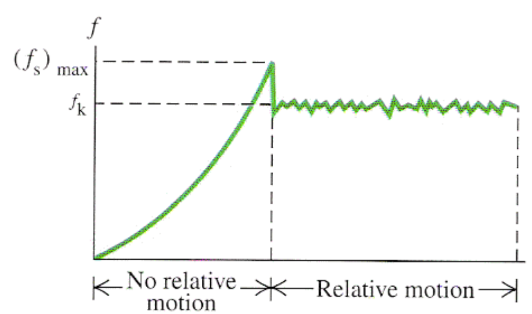


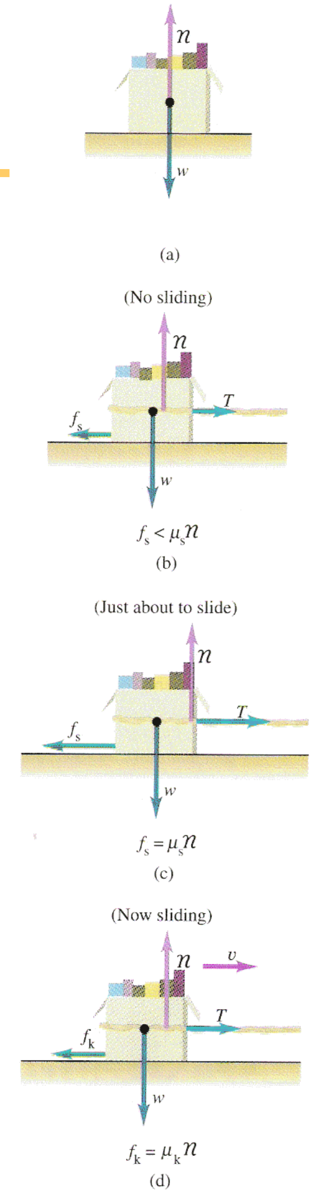
5–15 The normal and friction forces arise from interactions between molecules at high points on the surfaces of the block and

(a)-(b): Apliquem una força *F*, que augmenta progressivament, sobre el bloc. La fricció dóna lloc a una força F_e (*força de fregament estàtic*) que equilibra, exactament, la força aplicada. No hi ha moviment.

c): El fregament ja no pot compensar la força aplicada. El bloc accelera.

(d):Hi ha un un fregament (*força de fregament dinàmic*) que s'oposa al moviment. És menor que la que va caldre per a arrancar.





5–16 (a), (b), (c) When there is no relative motion of the surfaces, the magnitude of the static friction force f_s is less than or equal to $\mu_s n$. (d) When there is relative motion, the magnitude of the kinetic friction force f_k equals $\mu_k n$.

3.5. Forces de contacte i fricció

Fregament estàtic

– F_e no és constant: el seu valor és tal que equilibra la força aplicada en la direcció tangent a la superfície.

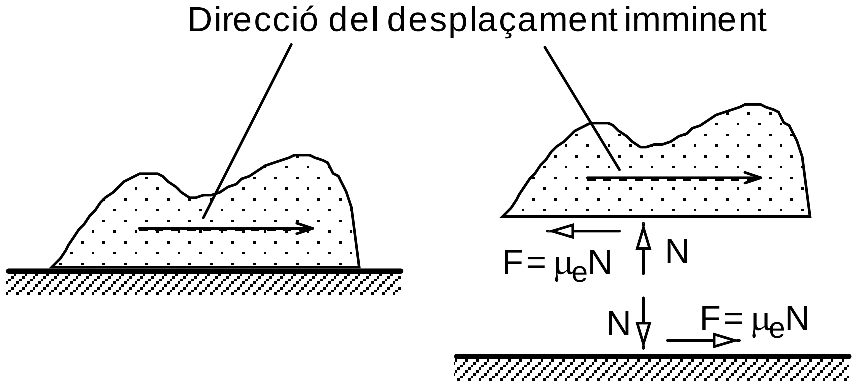
– F_e té un valor límit que no pot superar. Aquest valor límit és el de *lliscament imminent*. El valor numèric de la força de fregament estàtic en lliscament imminent és proporcional a la normal que actua entre les superfícies,

$$F_{e,màx} = \mu_e N$$

$$F_e \leq F_{e,màx}$$

on μ_e és el *coeficient de fregament estàtic*. Aquest coeficient depèn del material, poliment, grau d'humitat, etc., de les superfícies en contacte.

La direcció de la força de fregament estàtic és contrària a la direcció de lliscament imminent



3.5. Forces de contacte i fricció

Fregament dinàmic

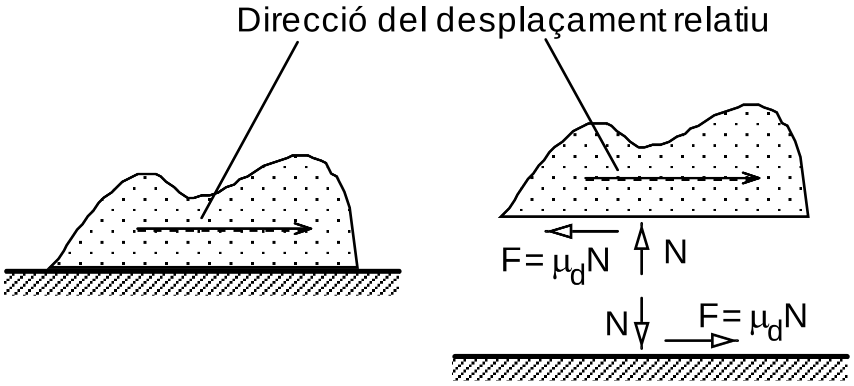
– F_d és constant, i això independentment de la velocitat relativa entre les superfícies.

– El valor de F_d és proporcional a la normal entre les superfícies

$$F_d = \mu_d N$$

on μe és el *coeficient de fregament dinàmic*. Aquest coeficient depén del material, pulimentat, grau d'humitat, etc., de les superfícies en contacte.

– La direcció de la força de fregament dinàmic que actua sobre un cos coincideix amb la direcció i sentit de la velocitat relativa de la superfície que s'oposa al moviment del cos



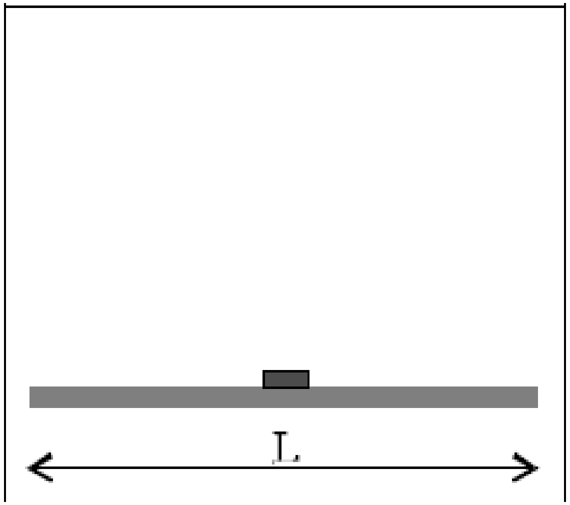
3.5. Forces de contacte i fricció

Problema

Una calculadora manual es troba enmig d'una taula d'amplària L que està coberta per un mantell, el qual també té amplària L. El coeficient de fregament dinàmic entre la calculadora i el mantell és μ_d. Volem fer un estiró sobtat, a velocitat aproximadament constant, de manera que tragam el mantell però la calculadora reste damunt la taula.

a) ¿Quina serà l'acceleració de la calculadora quan estirem del mantell fortament?

b) ¿Quina serà la mínima velocitat del mantell que permet aconseguir el que volíem?

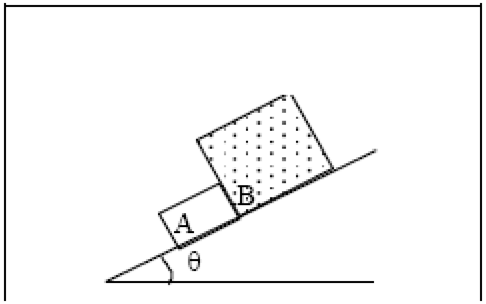


3.5. Forces de contacte i fricció

Problema

Les masses dels blocs A i B de la figura són 12 kg i 52 kg respectivament. Hem de trobar les forces que els blocs exerceixen l'un sobre l'altre quan llisquen cap avall pel pla, sabent que el coeficients de fregament dinàmic entre cada bloc i el pla són μ_A=0.20 i μ_B=0.10.

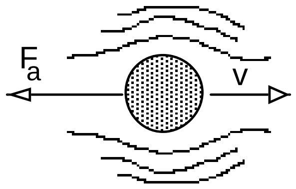
Sol: F= 30 N



3.5. Forces Fregament entre fluids

Forces d'arrosegament en un fluid

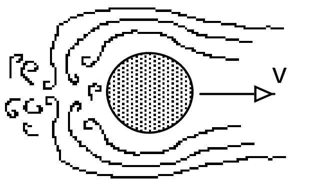
Si el moviment esdevé amb velocitats prou baixes com perquè el flux al voltant de l'objecte siga regular (llaminar), la força de fricció és aproximadament proporcional a la velocitat



Flux laminar

$$F_a = kv$$

on la constant k depén de la viscositat del fluid i de la dimensió i forma de l'objecte. Aquesta es coneix com la llei de Stokes



Flux turbulent

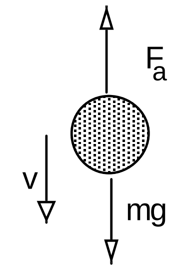
En canvi, si el moviment ocorre amb una velocitat gran, de manera que el flux del fluid darrere el cos és turbulent, la força d'arrossegament adopta la forma proporcional al quadrat de la velocitat

$$F_a = bv^2$$

i la constant b depén de la densitat del fluid i de la forma i dimensions de l'objecte. Aquesta és la llei d'arrossegament de Newton.

3.5. Forces Fregament entre fluids

Caiguda en un fluid i velocitat terminal



Caiguda d'un cos

La caiguda d'un cos en vertical en un medi fluid es descriu segons la segona llei de Newton per mitjà de l'equació

si $F_a = kv$

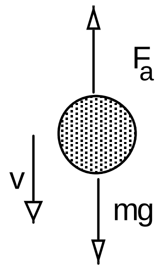
$$m\frac{dv}{dt} = mg - F_a(v) = mg - kv$$

Quan L'acceleració siga 0,

$$0 = mg - k\,v_{lim} \;\rightarrow v_{lim} = \frac{mg}{k}$$

3.5. Forces de contacte i fricció

Problema



Una pedra menuda cau verticalment dins aigua en un estany. El seu moviment esta regulat per l'equació

$$m\frac{dv}{dt} = mg - kv$$

Calculem la velocitat en funció del temps integrant l'equació anterior.
Calculem també la velocitat a temps llarg, prenent un limit en v(t).

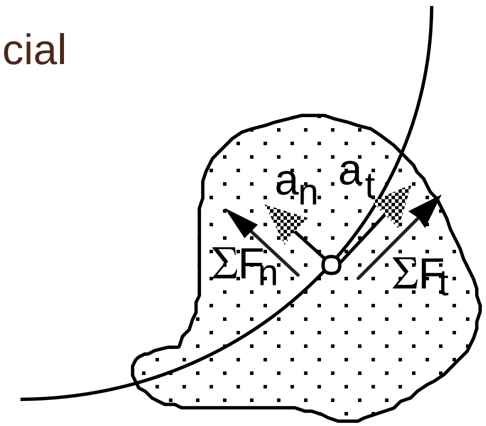
3.6. Dinàmica del moviment circular.

Components normal i tangencial

$$\sum \vec{\mathbf{F}} = m\vec{\mathbf{a}}$$

Es pot descomposar en les components normal i tangencial

$$\sum F_t \vec{\mathbf{e}}_t + \sum F_n \vec{\mathbf{e}}_n = m(a_t \vec{\mathbf{e}}_t + a_n \vec{\mathbf{e}}_n)$$



on

$$a_t = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}; \qquad a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

Així, obtenim

$$\sum F_t = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}; \qquad \sum F_n = m\frac{v^2}{\rho}$$

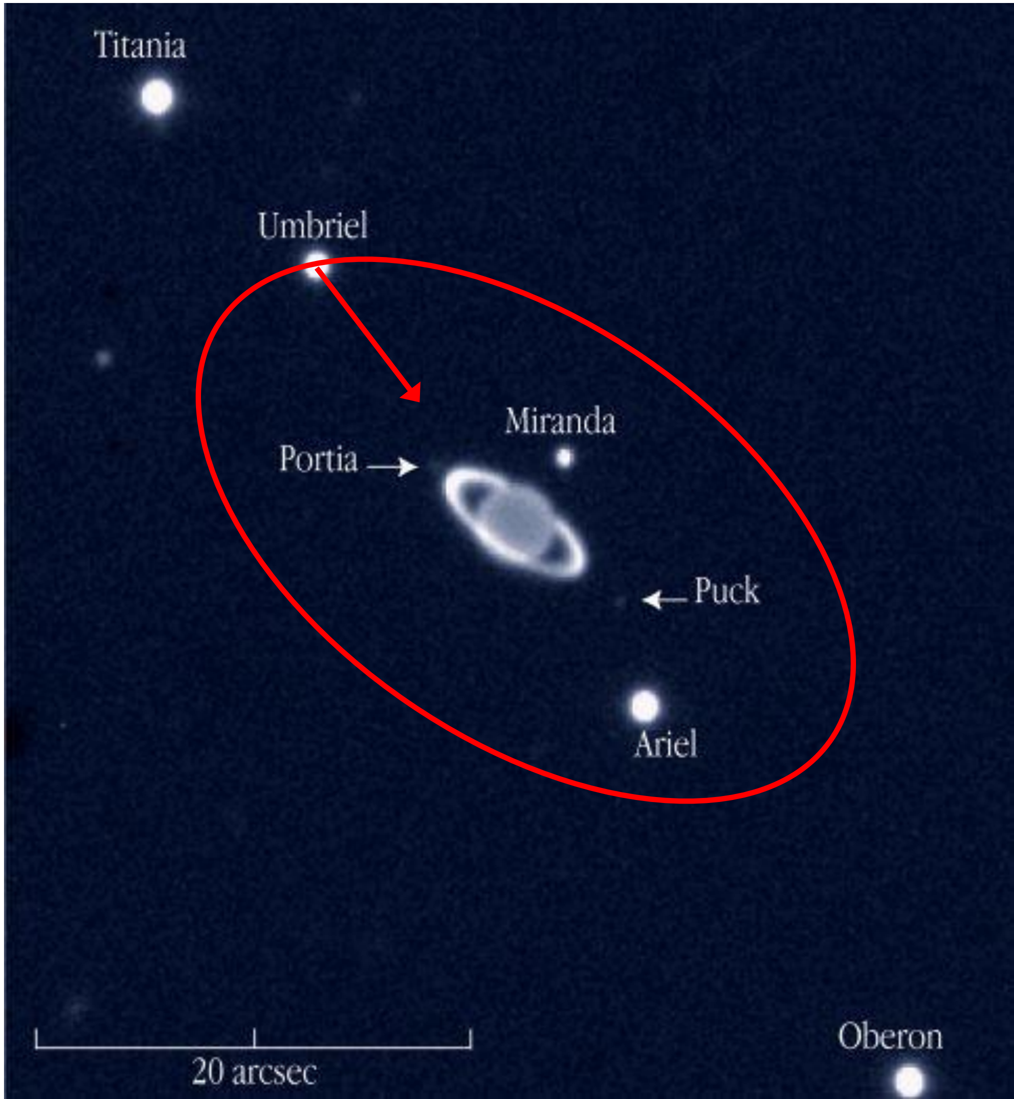
3.6. Dinàmica del moviment circular.

Moviment Circular

$$\sum F_t = ma_t = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

$$\sum F_n = ma_n = m\frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$$

$$v = \omega R$$

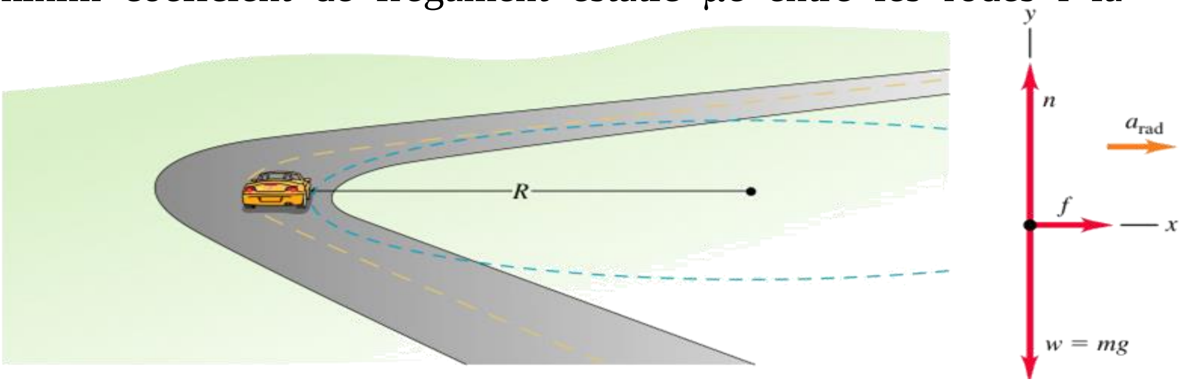


3.6. Dinàmica del moviment circular.

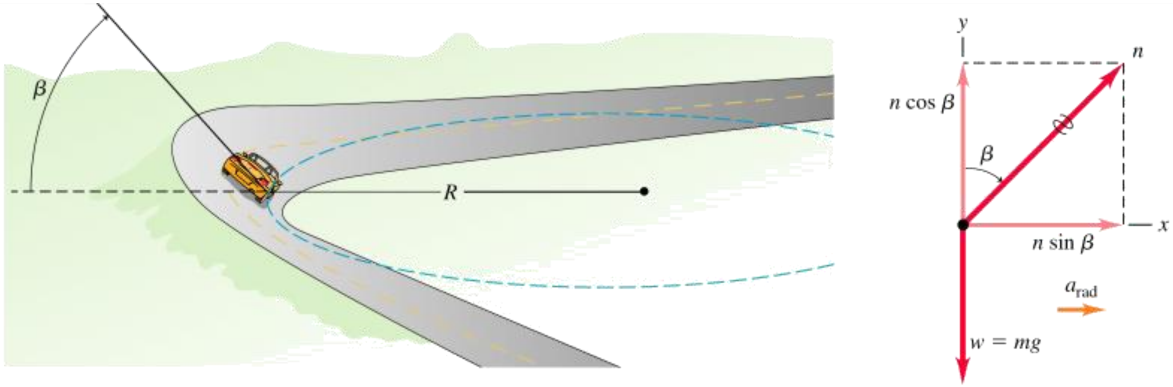
Problema

Un cotxe amb una massa *m* de 1610 kg, ha de prendre una corba sense peralt, de radi R=190 m, a una velocitat de 72 km h^{-1}.

a)¿Quin ha de ser el mínim coeficient de fregament estàtic μe entre les rodes i la carretera?

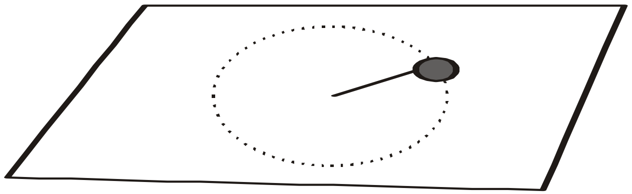


b)¿Quin hauria de ser el peralt perquè el cotxe no se n'isquera de la carretera si es formava una capa de gel sobre ella ($\mu_e \approx 0$)?



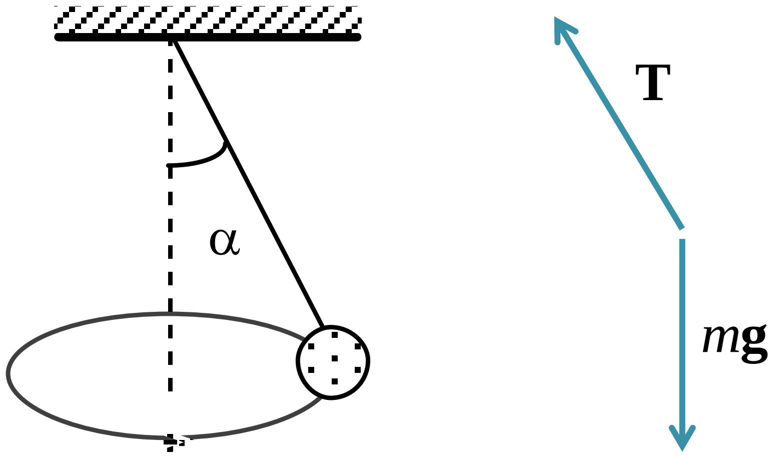
Problema

Un disc de plàstic de massa 0.200 kg efectua revolucions damunt una taula sense fricció. El disc està nugat amb una corda de 0.200 m a un clau fix a la taula. Si el disc fa dues revolucions completes per segon, troba la força que la corda efectua sobre el disc.



Problema

Una massa suspesa d'un punt fix mitjançant una corda gira entorn de la vertical amb velocitat angular *w*. Hem de trobar l'angle que forma la corda d'aquest "pèndol cònic" amb la vertical.



carrusel

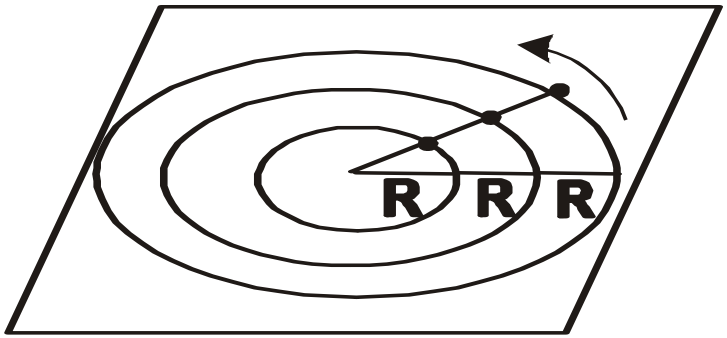
3.6. Dinàmica del moviment circular.

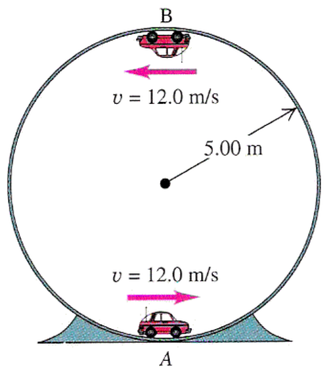
Problema

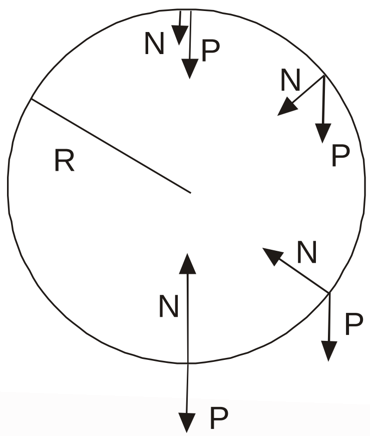
Les tres masses de la figura tenen una massa cada una, i es troben girant amb velocitat angular al voltant d'un punt fix sobre una taula horitzontal sense fregament. Les tres cordes que fan les unions tenen una massa negligible i una longitud cada una.

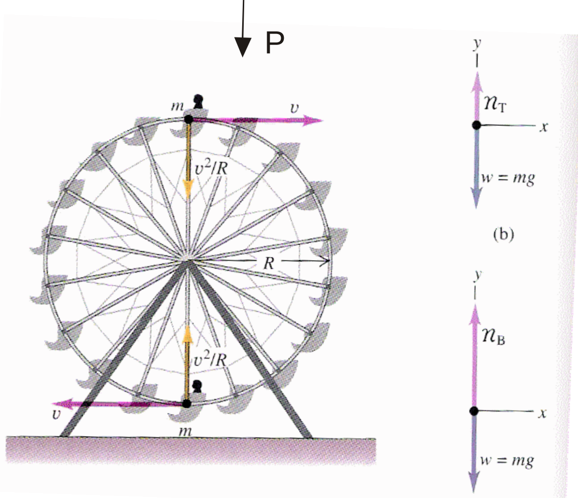
a) ¿Quina és la tensió en cada corda?

b) Si la tensió màxima que suporten les cordes es 294 N, ¿quina serà la velocitat angular màxima amb la qual poden girar les masses sense que cap de les cordes es trenque?









Moviment en un cercle vertical

En un moviment en un cercle vertical la força pes manté la direcció vertical. Si es tracta d'un moviment sobre una pista, la força normal N és perpendicular a la pista i apunta al centre del cercle. El moviment circular requereix una component de la força neta dirigida al centre del cercle de manera que l'acceleració radial és . La força neta també te una component tangencial al cercle, la qual produeix un canvi de la magnitud de la velocitat. La variació de la velocitat es pot determinar utilitzant la condició de conservació de l'energia mecànica.

Una acció semblant a la normal N en la figura la pot realitzar una tensió T, en el cas d'un cos guiat per una corda, molla, etc. Si la normal (o la tensió) és zero, significa que el cos no està en contacte amb la superfície i es desprén de la trajectòria circular.

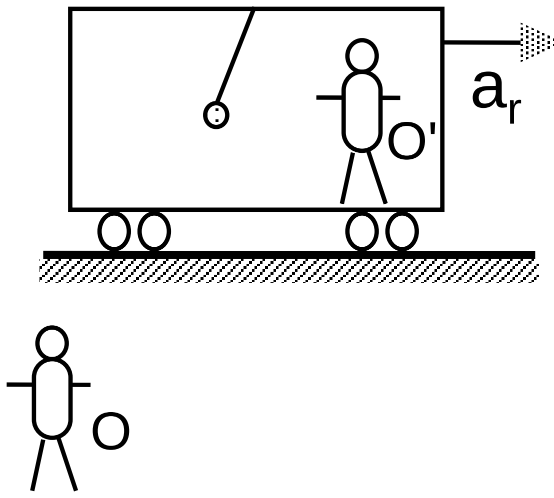
El punt més alt i en el punt més baix del cercle de la figura no existeix component tangencial de la força. Si la velocitat és constant, d'aquests dos punts la normal és menor en el punt superior, ja que el pes actua a favor de l'acceleració radial. De fet la condició de velocitat mínima en el punt superior per a poder traçar el cercle correspon al pes només actuant de força centrípeta, és a dir en aquest punt (i només en aquest punt), de manera què

$$mg = m\frac{v^2}{R}$$

3.7. Forces d'inèrcia.

Sistemes de Referència Inercials (SRI)

Son aquells que es mouen a velocitat constant.
Si observem pèndol dins del tren O' veurà que es mou amb acceleració **a'= a**, l'acceleració del pèndol respecte de O. Aleshores els dos observadors veuran que sobre el pèndol actua la mateixa força



$$\mathbf{F'} = \mathbf{F}$$

Sistemes de Referència No Inercials (SRNI)

Son aquells que es mouen amb una acceleració.
Considerem que O si és un SRI. En aquest cas, $\mathbf{a'} = \mathbf{a} - \mathbf{a}_r$ aleshores, la força que O' observa que actua sobre el pèndol serà

$$\mathbf{F'} = \mathbf{F} - m\,\mathbf{a}_r$$

on hem agafat $\mathbf{F'} = m\,\mathbf{a'}$ i $\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$. Així, puc definir la força d'inèrcia com

$$\mathbf{F}_i = -m\,\mathbf{a}_r$$

Nota: Les Forces d'inèrcia no son forces reals d'interacció entre cossos.
En el cas d'un sistema en rotació, p. e. la terra, te l'expressió:

$$\mathbf{F}_i = \underbrace{-m\,\omega \times (\omega \times \mathbf{r})}_{\text{Força centrífuga}} \underbrace{-\,2\,m\,\omega \times \mathbf{v'}}_{\text{Força coriolis}}$$