

febrer 2002**Examen de Mecànica i Termodinàmica Q08****Questions**

Contesteu 4 d'aquestes 5 questions, a elecció.

S'han de raonar les respostes.

- 1 Una partícula de massa $m = 0.50 \text{ kg}$ es troba inicialment en l'origen de coordenades amb una certa velocitat. Sobre la partícula actua una força de fregament proporcional a la seua velocitat, $F = -kv$, on $k = 0.25 \text{ kg/s}$.

- (a) Trobeu el temps en què la velocitat inicial v_0 es redueix a la meitat.
 (b) ¿Com és el moviment en el cas particular en què $v_0 = 0$?

- 2 Una corda de longitud L està nugada a un punt fix en un extrem i en l'altre té una bola de massa m .

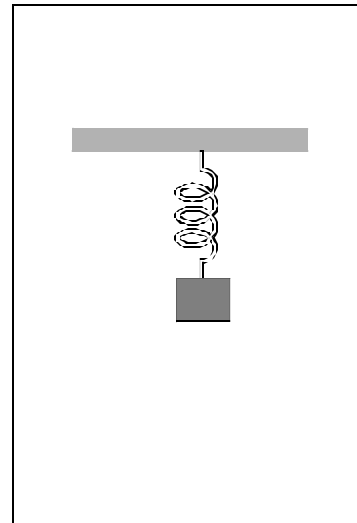
- (a) Escriu la funció d'energia potencial de la bola $U(\mathbf{q})$, sent \mathbf{q} l'angle que forma la corda amb la vertical.
 (b) Fes un esquema del diagrama d'energia $U(\mathbf{q})$ i discuteix els moviments possibles en relació amb el diagrama, segons l'energia total.

- 3 Una massa m penja verticalment d'una molla sense massa i constant de força k en un camp gravitacional uniforme.

- (a) Demuestra que si $x = 0$ marca la posició de l'extrem de la molla sense massa, la posició d'equilibri estàtic és $x = mg/k$.
 (b) Demuestra que l'equació de moviment del sistema massa-molla és

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = mg$$

- (c) Troba la solució per al desplaçament en funció del temps, en termes de l'amplitud de les oscil·lacions A , la freqüència angular $\omega = \sqrt{k/m}$ i l'angle de fase \mathbf{f} .



- 4 Un cub de gel amb una massa de 0.070 kg es pren del congelador, on la temperatura del cub era -10.0°C , i es deixa en un got d'aigua a 0.0°C . Si no es guanya ni perd calor de fora, ¿quanta aigua es congela sobre el cub?

- 5 Segons el model cinètic-molecular d'un gas ideal l'energia tèrmica per mol és $U = (3/2)RT$, on R és la constant dels gasos i T és la temperatura absoluta.

- (a) Considera un gas ideal en un recipient rígid i tancat, en el qual la calor absorbida incrementa l'energia tèrmica del gas, i calcula la capacitat calorífica molar del gas.
 (b) Estén el resultat anterior per a trobar la capacitat calorífica molar d'un gas amb un nombre \mathbf{h} de graus de llibertat. Discuteix el cas dels gasos diatòmics.

febrer 2002**Examen de Mecànica i Termodinàmica Q08****Problemes**

Contesteu 2 d'aquests 3 problemes, a elecció.

S'han de raonar les respostes.

- 1 Suposem que l'energia potencial del sistema format per dos àtoms en una molècula diatòmica es descriu amb l'equació

$$U(x) = \frac{a}{x_0^2} \left[\left(\frac{x_0}{x} \right)^2 - \left(\frac{x_0}{x} \right) \right]$$

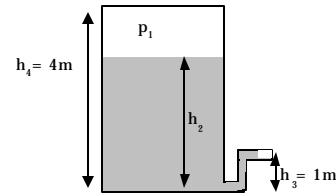
on x és la distància interatòmica, i a i x_0 són constants.

- Calcula la posició d'equilibri x_{eq} .
- Calcula l'energia de dissociació D , que és l'energia necessària per a trencar la molècula en dos àtoms separats.
- Escriu $U(x)$ en termes de les constants x_{eq} i D . Dibuixa un esquema de $U(x)$ i indica el significat de x_{eq} i D en l'esquema.

Suposem ara que la molècula es troba en un estat en què la seua energia total és $E = -D/2$.

- ¿És estable la molècula, amb aquesta energia? ¿Quina classe de moviment efectuen els àtoms?
- ¿Quins són els màxims i mínims valors de x que s'assoleixen durant el moviment? Calcula la mitjana d'aquestes posicions i dóna el tamany de la molècula en termes de x_{eq} .

- 2 Un dipòsit d'aigua té connectada una mànega com es mostra a la figura. El dipòsit està sellat en la part superior i conté aire comprimit entre la superfície de l'aigua i la tapa. Quan l'altura de l'aigua h_2 , és 3 m, la pressió $p_1 = 1.5 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}$. Suposant que l'aire situat sobre l'aigua es dilata isotèrmicament, i menyspreant el fregament, calculeu:



- La velocitat d'eixida de l'aigua per la mànega quan $h_2 = 3 \text{ m}$.
- La velocitat d'eixida de l'aigua quan $h_2 = 2 \text{ m}$.
- Fins quin nivell es buidarà el dipòsit.

- 3 Una molècula d'ozó (O_3) a una temperatura de 300 K ($K_{\text{Total}} = 5/2kT$?) gira amb una freqüència angular de 10^4 rad/s . En absorbir un fotó de llum ultraviolada d'energia 1.7 eV ($2.72 \times 10^{-19} \text{ J}$) i moment lineal $8 \times 10^{-28} \text{ kg m s}^{-1}$ es descompon en una molècula d'oxigen i un àtom lliure.

- Calculeu el moment d'inèrcia de la molècula d' O_3 sabent que la distància d'enllaç entre els àtoms de d'oxigen és 1.27 Å i que l'angle que formen els 3 àtoms és de 117° .
- Amb quina freqüència gira la molècula d' O_2 ? (distància d'enllaç entre els àtoms de la molècula d'oxigen 1.20 Å)
- Si l'energia d'enllaç de l'ozó és 1.48 eV (143 kJ mol^{-1} o $2.37 \cdot 10^{-19} \text{ J}$), quina és la quantitat de moviment de les partícules resultants de la seua descomposició?

Quina és l'energia cinètica total de cadascuna de les partícules resultants?

juny 2002

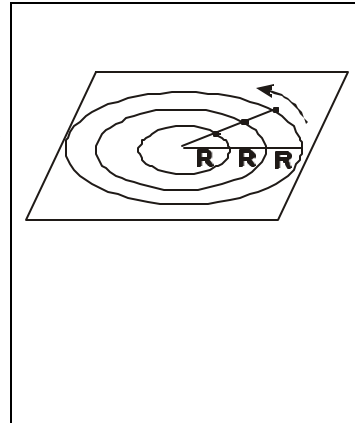
Examen de Mecànica i Termodinàmica Q08

Problemes i questions

S'han de raonar les respostes.

- 1 Les tres masses de la figura tenen una massa $m = 1 \text{ kg}$ cada una, i es troben girant amb velocitat angular $\boldsymbol{\omega} = 2 \text{ rad s}^{-1}$ al voltant d'un punt fix sobre una taula horitzontal sense fregament. Les tres cordes que fan les unions tenen una massa negligible i una longitud $R = 1 \text{ m}$ cada una.

- Formula el diagrama de sòlid lliure per a cada massa.
- Determina la tensió en cada corda.
- Si la tensió màxima que suporten les cordes es 294 N , ¿quina serà la velocitat angular màxima amb la qual poden girar les masses sense que cap de les cordes es trenque?



- 2 Una roda amb moment d'inèrcia I_{cm} gira des del repòs al voltant d'un eix fix que passa pel seu centre de masses de manera que $\boldsymbol{q} = bt^3$, on b és una constant positiva amb unitats rad/s^3 .

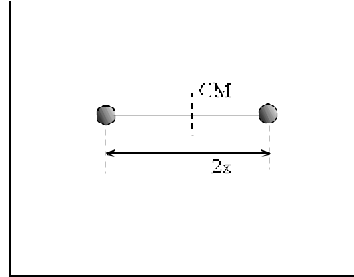
- Calcula el moment de força que actua sobre la roda quan ha girat un angle \boldsymbol{q} .
- Calcula per integració el treball efectuat sobre la roda quan ha girat un angle \boldsymbol{q} .
- Calcula la velocitat angular de la roda quan ha girat un angle \boldsymbol{q} , i determina l'energia cinètica de la roda aleshores.
- Formula breument el teorema del treball-energia en general i discuteix si es compleix en el cas considerat.

- 3 Un tanc d'emmagatzematge de gasolina té secció A_1 i s'ha emplenat fins una altura h . L'espai damunt de la gasolina conté aire a pressió p_0 , i la gasolina flou per un tubet en el fons del tanc amb secció A_2 . Troba l'expressió per a la velocitat del flux pel tubet.

- 4 L'energia potencial d'un àtom en una molècula d'hidrogen té la forma

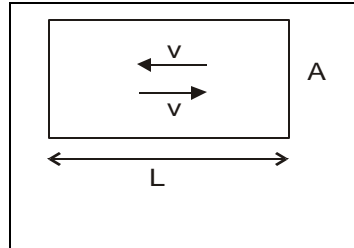
$$U = U_0 \left(e^{-2(x-x_0)/a} - 2e^{-(x-x_0)/a} \right)$$

on a és una constant. La coordenada x representa la posició de cada àtom respecte al centre de masses de la molècula. La distància entre els dos àtoms és així $2x$ en qualsevol instant.



- Troba el valor de x en la configuració d'equilibri.
- Determina el valor de l'energia de dissociació D . Indica el significat d'aquesta quantitat en un diagrama d'energia.
- Per a vibracions menudes al voltant del punt d'equilibri, el sistema es comporta com dues masses unides per un moll. Trobeu la constant k de l'oscil·lador (aproximant la força per a desplaçament menut respecte de la posició d'equilibri), i la freqüència angular de les oscil·lacions.

- 5 Considera una única molècula, de massa m , que es mou anant i tornant amb velocitat v paral·lela a la longitud L del contenidor rectangular il·lustrat en la figura.



- Quina és la magnitud del canvi de moment d'aquesta molècula cada volta que impacta amb la paret de la dreta del contenidor? Quin és el temps Δt entre col·lisions successives amb aquesta paret?
- Quina és la força mitjana exercida per la molècula sobre la paret dreta del contenidor? Expressa la resposta en termes de l'energia cinètica translacional K_t de la molècula.
- Si hi ha N molècules de gas en el contenidor, en mitjana un terç d'elles es mou anant i tornant de dreta a esquerra. Quina és la magnitud F_{tot} de la força total exercida sobre la paret dreta per totes les molècules? Troba la pressió $p = F_{tot} / A$ exercida sobre la paret dreta del contenidor. Expressa la resposta en termes del nombre de molècules per unitat de volum N/V i l'energia cinètica d'una molècula única K_t .
- Compara el resultat anterior amb l'equació del gas ideal $pV = nRT$ i determina la relació l'energia cinètica d'una molècula única K_t amb la temperatura del gas.

setembre 2002
Examen de Mecànica i Termodinàmica Q08
Problemes i qüestions

S'han de raonar les respostes.

- 1 Un centre de forces atrau una partícula de massa m segons la llei de força

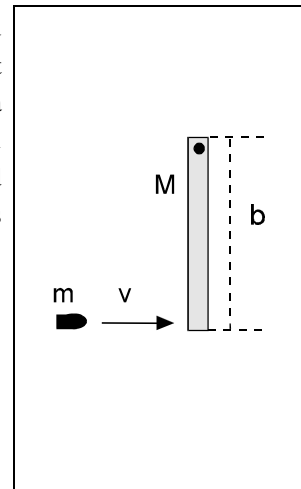
$$F(x) = -\frac{mK^2}{x^3}$$

sent x la distància de la partícula al centre i K una constant. Suposem que la partícula parteix del repòs des d'una distància d .

- (a) Determina el valor de la velocitat $v(x)$ en funció de la posició.
(b) Determina el temps necessari perquè la partícula arribi al centre de forces.
- 2 Tres barres estàn soldades pels seus extrems formant una única barra. La primera barra té una longitud de 0.55 m, una secció transversal de 420 mm² i està feta de coure. La segona té una longitud de 0.75 m, una secció transversal de 390 mm² i està feta de ferro fos. La tercera barra té una longitud de 0.45 m, una secció transversal de 405 mm² i està feta d'alumini. Si s'apliquen forces de 10 kN a un extrem de la barra i a l'altre, ¿quant s'allargarà? ($Y_{Cu} = 1.1 \times 10^{11}$ Pa, $Y_{Fe} = 10^{11}$ Pa, $Y_{Al} = 7 \times 10^{10}$ Pa.)

- 3 Una barra de fusta, de massa M i longitud b , està suspesa del seu extrem superior al voltant del qual pot girar lliurement. Inicialment la barra està penjant vertical en repòs. Es dispara una bala de massa m a l'extrem inferior de la barra, que entra en la barra a velocitat v i s'hi queda insertada. (El moment d'inèrcia d'una barra de longitud L respecte d'un eix perpendicular que passa per l'extrem és $I = ML^2/3$).

- (a) ¿Quina és la velocitat angular immediatament després?
(b) Suposa que la barra té 1.0 m de llarg i té una massa de $M = 0.600$ kg. ¿Quin és el valor numèric de la velocitat angular si la bala té massa $m = 0.015$ kg i entra en la barra a velocitat $v = 300$ m/s?



- 4 Es penja un disc de massa M i radi R de la seua vora. Troba el període de les seues oscil·lacions menudes.
- 5 L'aigua de la xarxa principal entra en una casa amb una pressió de $4.0 \cdot 10^5$ Pa per una canonada de diàmetre 2.0 cm. La canonada que va a la cambra de bany del 2^{on} pis (5 m més amunt) té un diàmetre de 1 cm. Si la velocitat de l'aigua en l'entrada és de 1.5 m/s, calculeu la velocitat, pressió i cabal amb què ix l'aigua en la cambra de bany.