

## 1. MOMENT I MOMENT D'INÈRCIA

Material	
<ul style="list-style-type: none"><li>• Disc amb escala angular</li><li>• Bufador amb tub flexible</li><li>• Eix suport amb eixides d'aire</li><li>• 3 discos-politja de radis variables</li><li>• Barrera fotoelèctrica amb comptador</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Politja</li><li>• Portapeses i peses</li><li>• Ressort de precisió</li><li>• Peus de suport</li><li>• Fil</li></ul>

### Objectius

- Comprovar l'equació fonamental de la dinàmica de rotació
- Comprovar l'expressió del moment d'inèrcia una combinació de discos

### Fonament teòric

La relació entre el moment angular de un cos rígid  $\vec{L}$  en un sistema de referència en repòs, i el moment  $\vec{M}$  és:

$$\vec{M} = \frac{d}{dt} \vec{L}$$

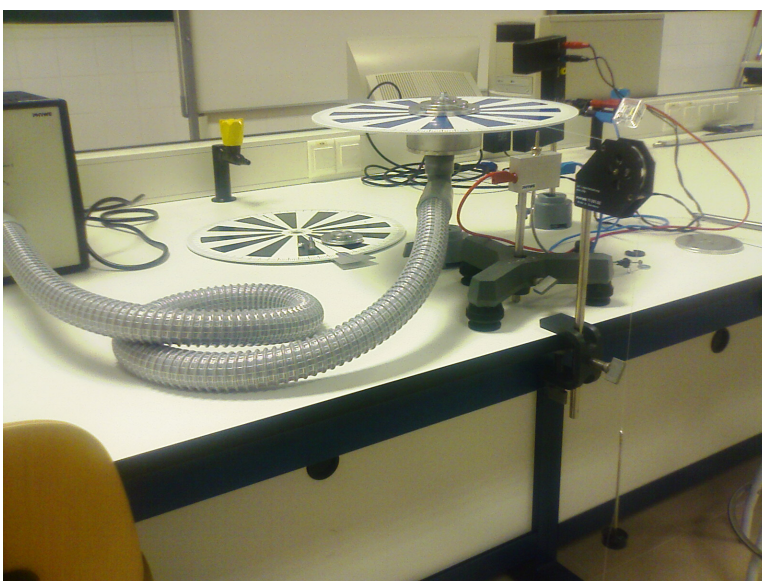
El moment angular pot expressar-se en funció del tensor d'inèrcia  $\mathbf{I}$  i la velocitat angular  $\vec{\omega}$  mitjançant:

$$\vec{L} = \mathbf{I} \vec{\omega}$$

Al nostre cas  $\vec{\omega}$  té la direcció d'un eix principal d'inèrcia (eix z), de manera que  $\vec{L}$  només té una component,  $L_z = I_z \omega$  on  $I_z$  és la component z del moment principal d'inèrcia. Amb això tenim finalment que:

$$M_z = I_z \frac{d\omega}{dt} = I_z \alpha$$

Això significa que mesurant l'acceleració angular d'un cos en rotació per al qual coneixem el moment de forces aplicades, podem obtenir el seu moment d'inèrcia  $I_z$ .



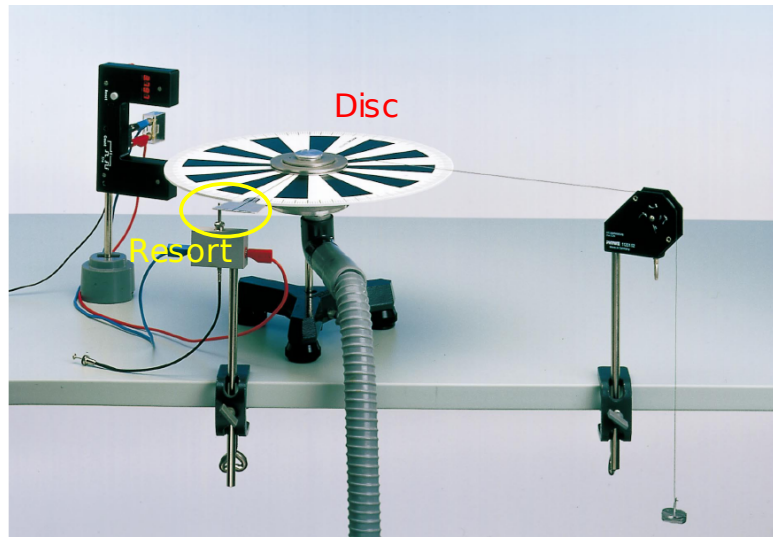
Il·lustració 1: Muntatge bàsic de la pràctica

## 1. Moment i moment d'inèrcia

### Mètode operatiu

En les il·lustracions podeu veure exemples del muntatge bàsic que heu de preparar.

- Les pràctiques les trobareu ja muntades de manera que directament podeu passar a la recollida de dades
- Pengeu del portapeses una massa aproximada de 30 g, que serà la quantitat que usarem per a fer la primera part del muntatge.



Il·lustració 2: Vista alternativa del muntatge

- Al ficar en marxa el bufador, es crearà un llit d'aire per baix del disc graduat, de forma que el fregament es vora fortament reduït. En els càlculs que segueixen es considerarà eixe fregament menyspreable.
- Degut al pes del portapeses actuarà un moment sobre el disc que li imprimirà un certa acceleració angular. Com que el moment creat pel pes és constant, l'acceleració angular també ho serà, i tindrem:

$$\left. \begin{aligned} M_z &= T \cdot r = I_z \cdot \alpha \\ P - T &= m \cdot a = m \cdot \alpha \cdot r \end{aligned} \right\}$$

on  $T$  fa referència a la tensió de la corda,  $r$  és el radi de la politja sobre la que actua la corda i  $m$  és la massa de la pesa. La primera equació correspon al moviment dels discos, de moment d'inèrcia total  $I_z$ , i la segona al moviment vertical de la pesa.

- Eliminant la tensió, obtenim que:

$$I_z = \frac{mgr - m\alpha r^2}{\alpha} \quad (1)$$

és a dir, que podem obtenir el moment d'inèrcia si som capaços de mesurar l'acceleració angular del disc.

- Per un altra banda, donat que tenim un moviment circular uniforme, s'ha d'acomplir que el desplaçament angular siga proporcional al quadrat del temps, es a dir:

$$\theta = \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (2)$$

- La taula de dades consistirà, per a la massa penjada constant i un mateix muntatge en anar obtenint les parelles de valors  $(\theta, t)$
- El ressort us permetrà determinar els temps amb facilitat procedint de la

## 1. Moment i moment d'inèrcia

---

següent manera:

- Bloquegeu en una posició inicial el gir del disc pressionant el ressort i deixant que la banderola del disc descanse sobre el cilindre mòbil (cercle groc a la il·lustració 2)
- Podeu a zero el comptador de la fotocèl·lula
- Deixeu anar el disc alliberant el ressort (el cilindre baixarà alliberant al disc en el seu moviment circular)
- Una vegada la banderola a passat més enllà del ressort, torneu a pressionar-lo i mantingueu-lo en eixa posició fins que travesse la fotocèl·lula.
- En travessar la fotocèl·lula el comptador d'aquesta deixarà de córrer, donant-vos lectura del temps transcorregut en recórrer eixa distància angular.
- Feu l'anterior per a diversos recorreguts angulars ( $\theta$ ) i anoteu el temps que ús marca la fotocèl·lula ( $t$ ). En particular, com a mínim, haureu de determinar-ho per a  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $225^\circ$ ,  $270^\circ$  i  $315^\circ$  (és a dir, en intervals de  $45^\circ$ ). Cada mesura l'haureu de determinar un mínim de tres vegades.
- Representeu gràficament  $\ln(\theta)$  front a  $\ln(t)$  i obteniu l'acceleració angular per mínims quadrats (equació 2)
- Utilitzeu l'equació 1 per a determinar el moment d'inèrcia del conjunt de discos utilitzat
- Vist que el moment d'inèrcia d'un disc quan gira al voltant d'un eix perpendicular al seu pla i que passa pel seu centre és  $I = \frac{1}{2}MR^2$ , comproveu que ambdues estimacions coincideixen (podeu determinar les masses amb la balança que trobareu al laboratori)  
*Nota: La massa del disc gran sobrepassa el valor màxim de la balança, de manera que podeu utilitzar el valor donat pel fabricant:  $I(\text{disc graduat}) = 126 \text{ Kg}\cdot\text{cm}^2$*

## Qüestions

1. Quines font de error penses que poden ser més importants en el desenvolupament de la pràctica? Com podríem minimitzar-les?