1. Introducción. Fundamentos teóricos

Se denomina péndulo físico a cualquier sólido que se mueve en un plano oscilando sobre un eje fijo perpendicular al plano de movimiento. En esta práctica estudiaremos el movimiento de un péndulo físico constituido por una barra homogénea y unas pesas móviles.

En la figura se muestra un péndulo físico de masa M que oscila sobre un eje fijo normal al plano del papel. El corte del eje con este plano se denomina centro de suspensión (CS). Las fuerzas que actúan sobre el sólido son el peso del cuerpo, aplicado sobre el centro de masas de éste (CM), y la reacción del eje sobre el sólido, aplicada sobre el CS. Si tomamos los momentos respecto del CS, la ecuación del movimiento resulta

$$-M\ gd\ sen\theta = I_{CS}\frac{d^2\theta}{dt^2} \qquad (1)$$

donde I_{CS} es el momento de inercia del sólido respecto del eje de oscilación y d es la distancia que separa CS de CM.

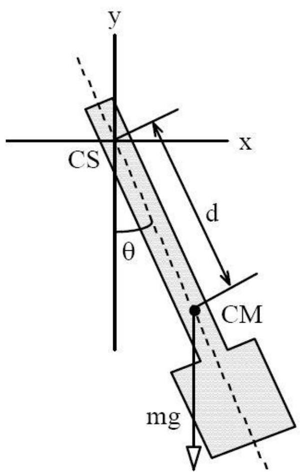

Fig. 1: Esquema del péndulo físico

Cuando las oscilaciones son muy pequeñas, la ecuación (1) se puede escribir de la forma:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgd}{I_{CS}}\theta = 0 \qquad (2)$$

donde se ha hecho la aproximación $\sin\theta \approx \theta$, que es válida para ángulos θ pequeños. La ecuación (2) corresponde a un movimiento armónico simple de frecuencia angular:

$$\omega = \sqrt{\frac{Mgd}{I_{CS}}} \qquad (3)$$

y periodo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{CS}}{Mgd}} \qquad (4)$$

La solución de la ecuación (2) queda de la forma:

$$\theta(t) = \theta_0 cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) + \delta \qquad (5)$$

donde θ_0 es la amplitud angular inicial del movimiento y δ es la fase inicial. Notad que, como no se ha incluido ningún término de disipación en la ecuación (1), la solución (5) corresponde a un movimiento armónico simple sin amortiguación (amplitud constante). En un modelo más elaborado hubiéramos de incluir términos de amortiguación debidos a la fuerza de rozamiento y a la fricción en los puntos de suspensión. Notad, también, que en la ecuación (4), el período depende del momento de inercia I_{CS}, que es diferente para cada punto de suspensión que podamos considerar.

Aplicando el teorema de Steiner, se puede escribir I_{CS} de la forma:

$$I_{CS} = I_{CM} + Md^2 \qquad (6)$$

donde I_{CM} es el momento de inercia respecto de un eje paralelo al de suspensión y que pasa por CM. Asimismo, la ecuación para el período resulta:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{CM}+Md^2}{Mgd}} \qquad (7)$$

donde la única variable es la distancia *d*.

2. Procedimiento experimental.

Material:
Soporte péndulo pared.
Barra péndulo.
Cuerpo masa.
Cuerpo centro de supensión.
Cronómetro.
Balanza.
Barra triangular para el cálculo del CM.

2.1. Determinación de la posición del CM

Como péndulo físico se utilizara la barra metálica con el peso cilíndrico mediano colocado a una distancia de 20 cm, aproximadamente, de un de los extremos. La masa de la pieza de suspensión se considerará insignificante frente a la del conjunto barra-peso.

1. Antes de fijar la posición definitiva del peso, se habrá de medir su masa y altura (es decir, la altura de la propia pesa), como también la masa (sin la pesa de suspensión) y la longitud de la barra.

2. Se fijará la forma definitiva del péndulo (para toda la práctica) y se determinará la posición del centro de masas de éste. Un modo posible consiste en encontrar la posición de equilibrio del péndulo colocándolo de la forma que se indica en la Fig. 2. Podéis gastar una barra de aluminio como soporte, posando el péndulo encima de un canto de la barra.

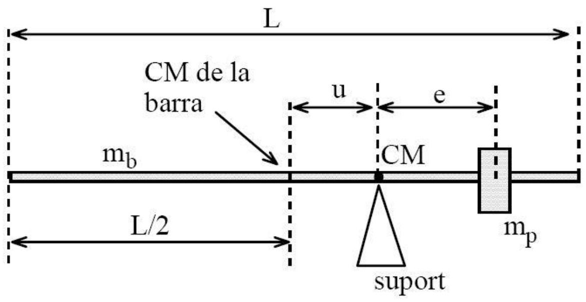

Fig. 2. Montaje de la célula fotoeléctrica

3. Después de fijar la posición del centre de masas, se medirá la distancia e desde el centro del peso al CM, y la distancia u entre el centro de masas de la barra (situado en centro de la barra) y CM, ved la Fig. 2.

2.2. Determinación del I_{CM} a partir de la medida del periodo

Un primer método para determinar I_{CM} consiste en medir el periodo de oscilación del péndulo para diferentes distancias d.

4. Marcad en la barra 12 puntos de suspensión espaciados uniformemente de manera que cubran toda la distancia que hay entre el extremo más alejado del peso y el CM del péndulo (no coloquéis un punto de oscilación en el CM, ya que no oscilará). Se medirán los períodos de oscilación del péndulo correspondientes a estos 12 puntos de suspensión diferentes. Cada período se medirá de la siguiente manera: se establecerá el tiempo t en que el péndulo hace 25 oscilaciones completas y se calculará el período T = t / 25.

3. Resultados

Como resultados se deberán de presentar, con su error, las medidas de:

a) Masa de la barra, m_b, del peso, m_p, y del péndulo completo (con la pesa de suspensión), M.

b) Longitud de la barra, L; altura del peso, a; distancia del centro del peso al CM, e, y la distancia entre el centro de la barra y CM, u.

c) Haced una tabla de datos como se indica más abajo. Recordad (Fig. 1) que d es la distancia del CM al punto de suspensión, por tanto tendremos 12 valores de d. El procedimiento es el siguiente. Realizando operaciones en la ecuación (7) se obtiene:

$$\frac{T^2}{4\pi^2} g - d = \frac{I_{CM}}{M} \frac{1}{d} \qquad (8)$$

Así, definiendo

$$y \equiv \frac{T^2}{4\pi^2} g - d \qquad (9)$$

$$x \equiv \frac{1}{d} \qquad (10)$$

La ecuación (8) resulta:

$$y = \frac{I_{CM}}{M} x \qquad (11)$$

Por tanto, una representación gráfica de y frente a x da lugar a una línea recta de pendiente I_{CM}/M.

Se hará una tabla de datos d (en m), t (en s), T (s), x (m^{-1}), e y (m) (no hace falta asignar errores a x e y: dadle un número de cifras significativas razonable). Para la aceleración de la gravedad se tomará el valor g = (9.80 ± 0.01) m/s^2, correspondiente a los 40º 00' N de latitud de la ciudad de Castelló.

d) Representad la gráfica ajustada de y frente a x. Dad los valores de la regresión lineal que habéis obtenido (pendiente con su error, ordenada en el origen con su error y coeficiente de correlación). Dad también el valor deducido para I_{CM}, con su error.

e) El valor teórico del momento de inercia respecto del eje perpendicular al plano de movimiento y que pasa por CM del péndulo representado en la Fig. 2 es:

$$I_{CM} = m_b \left[\frac{L^2}{12} + u^2\right] + m_p e^2 \qquad (12)$$

que se calcula como la suma de las contribuciones de la barra (término entre corchetes) y del peso (segundo sumando). Para calcular la contribución de la barra se ha utilizado el teorema de Steiner. En la contribución del peso se ha hecho la aproximación que toda su masa se encuentra concentrada en el centro. Calculad el valor teórico de I_{CM}, obtenido a partir de la ecuación (12), con su error.

f) Representad la gráfica de T frente a d. Esta no es una recta, como queda claro de la eq. (7).

En esta gráfica se observa que el período presenta un mínimo T_0 a una distancia d_0 del CM al CS.) Obtened los valores experimentales aproximados de T_0 y d_0 (sin error), leídos directamente de la gráfica

g) Los valores teóricos de T_0 y d_0 se pueden obtener derivando la ecuación (7) respecto a d e igualando a cero. Obtened los valores teóricos de T_0 y d_0.y comparad con los valores experimentales obtenidos en f) comentando el resultado.