

# Física.

## Tema 9.

### Elasticitat

---

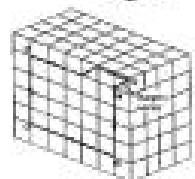
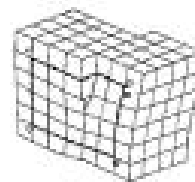
Elasticitat i plasticitat.

Esforç, deformació i els mòduls elàstics.

Esforç de tensió i mòdul de Young.

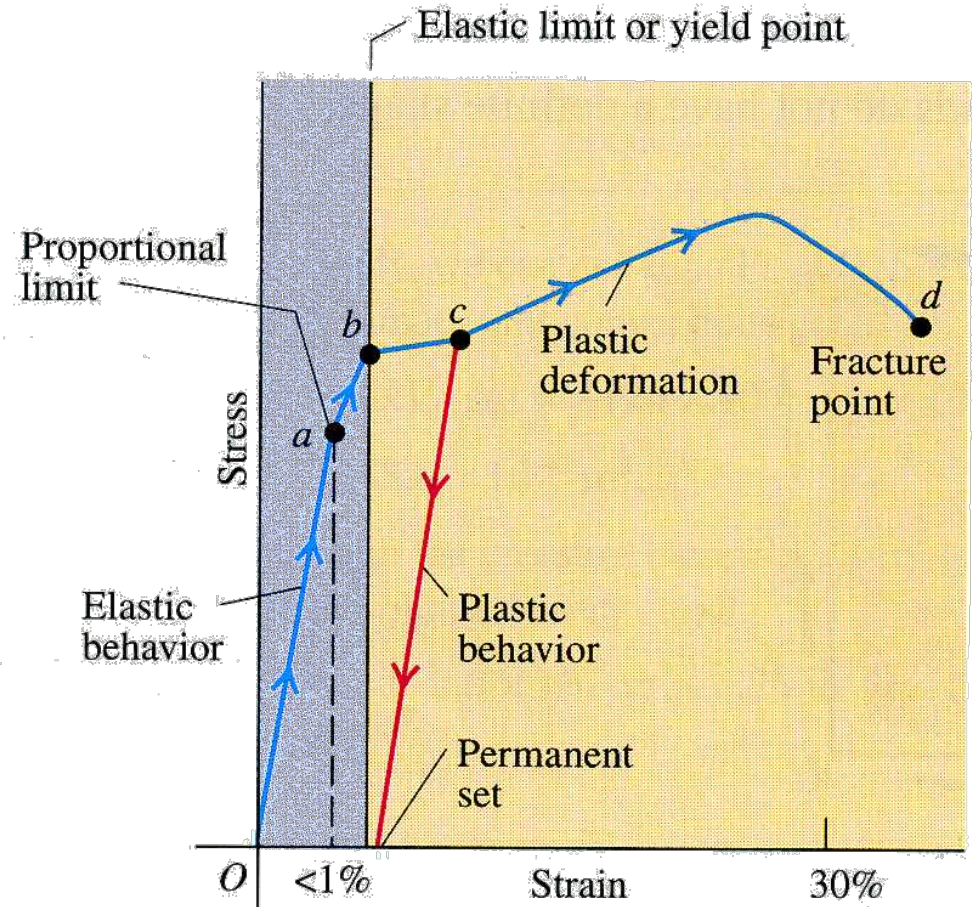
Compressió.

Cisallament.



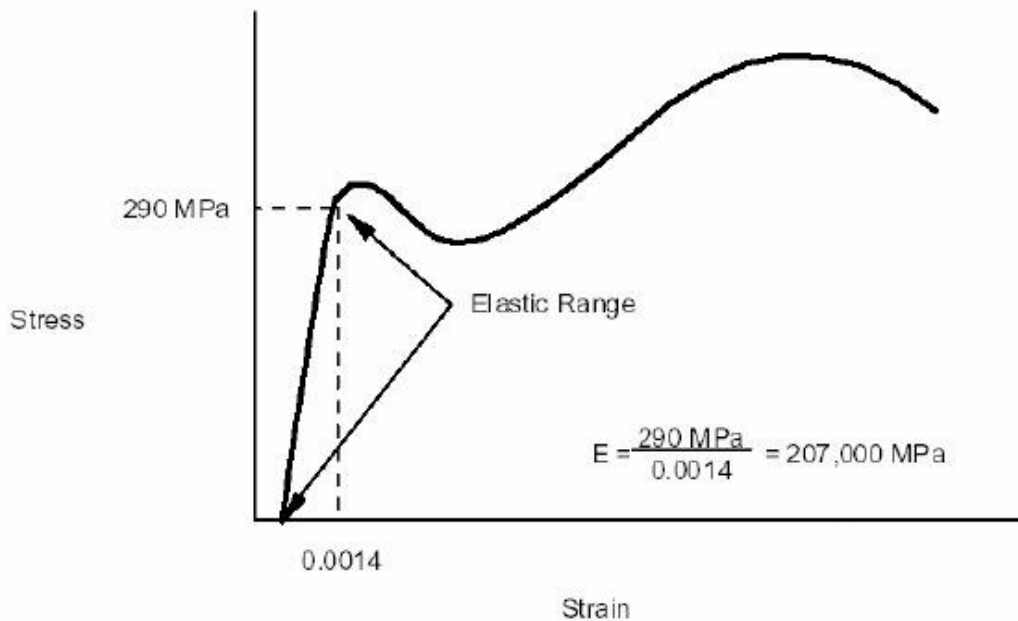
# Elasticitat i plasticitat

La majoria de materials són *elàstics*. Això significa que sota l'aplicació d'una força o compressió canvien lleugerament de forma, recuperant la seua forma original quan cessa l'acció de la força si aquesta no va excedir un determinat límit.

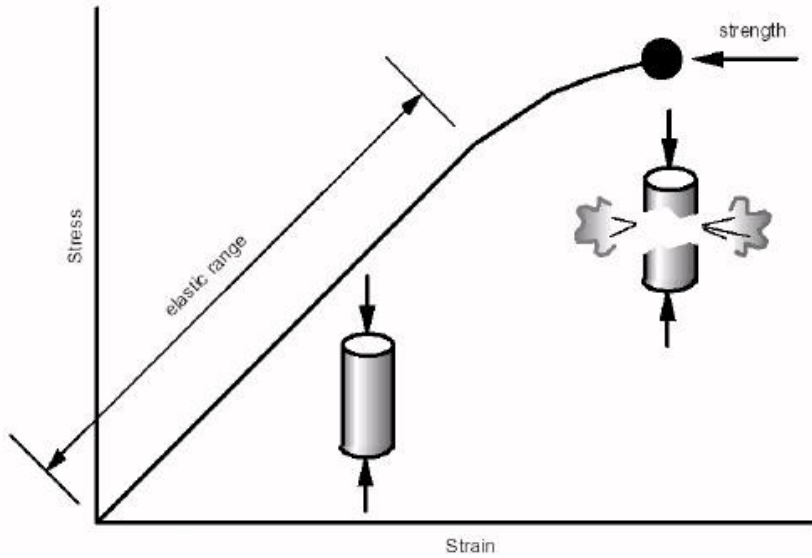


# Elasticitat i plasticitat

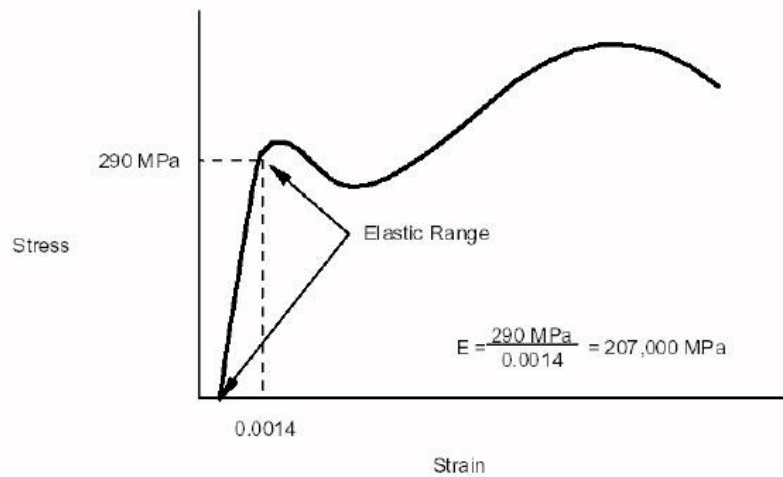
Uns altres materials, com la plastilina, són inelàstics o *plàstics*.



# Elasticitat i plasticitat



Stress-Strain Plot Showing the Elastic Range

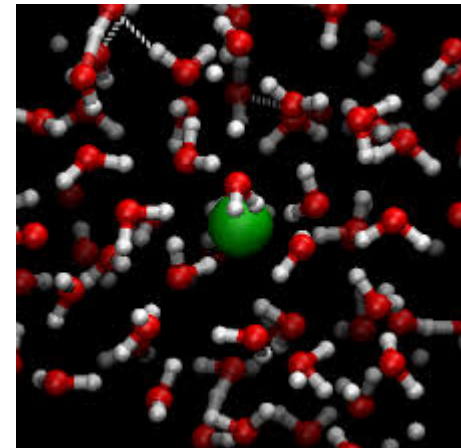
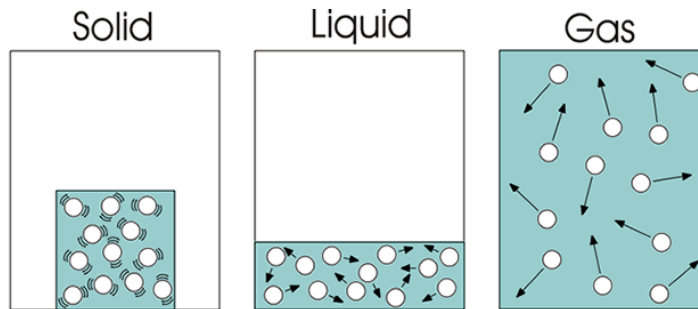
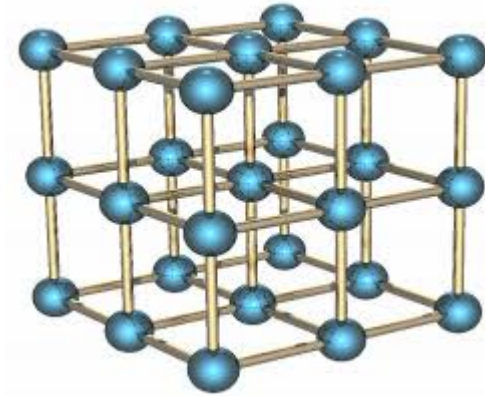
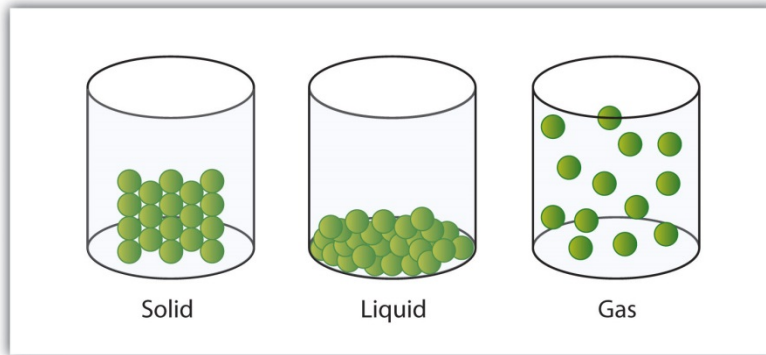


Stress-Strain Plot for steel



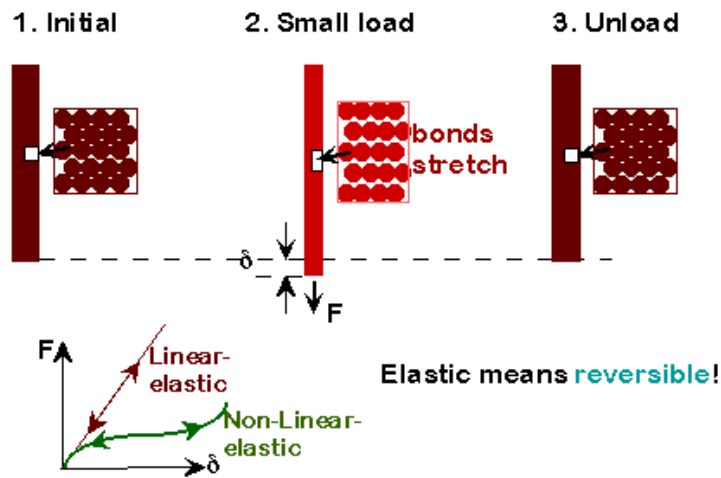
# Tipus de materials

## Solids i fluids



# Elasticitat i plasticitat

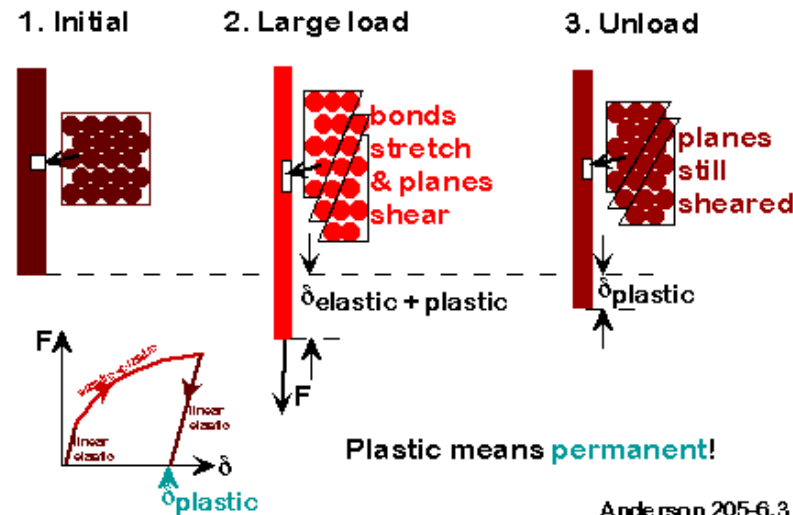
## ELASTIC DEFORMATION



Anderson 205-6.2

## PLASTIC DEFORMATION (METALS)

(at lower temperatures:  $T < T_{melt}/3$ )



Anderson 205-6.3

# Esforç, deformació i els mòduls elàstics.

---

## Definicions

- L'esforç és, genèricament, la força aplicada dividida per l'àrea sobre la qual s'aplica. La unitat SI d'esforç és el *pascal*,  $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$
- La deformació unitària és la raó de la deformació a la dimensió inicial (no té dimensions).

La relació que compleixen els materials elàstics és que si l'esforç no excedeix determinat límit (el límit elàstic), aleshores:

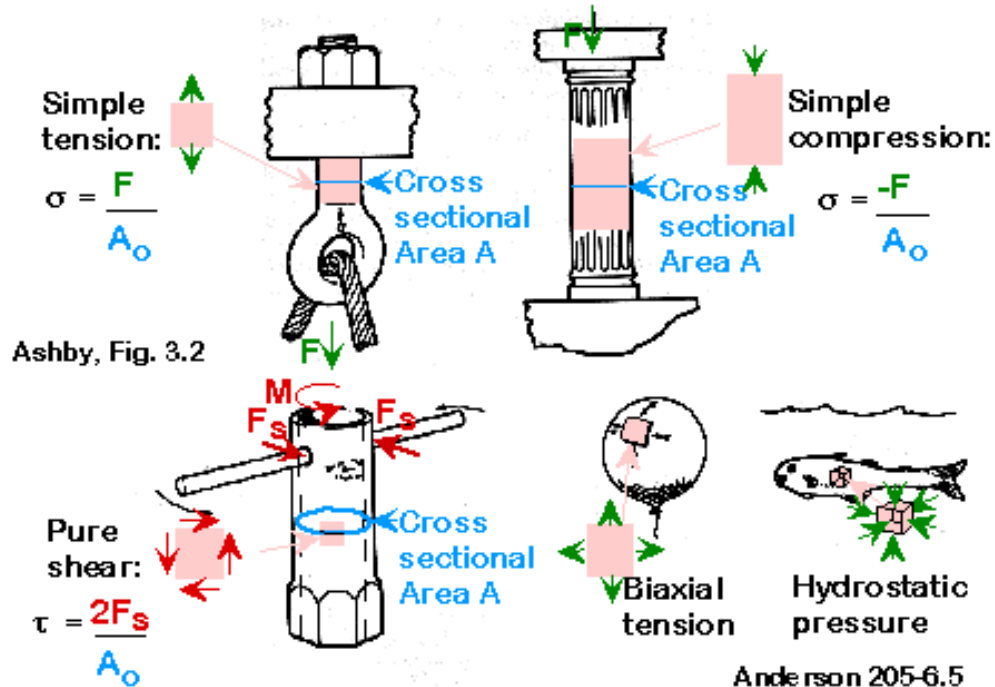
$$\frac{\text{esforç}}{\text{deformació unitària}} = \text{mòdul d'elasticitat (constant)}$$

# Esforç, deformació i els mòduls elàstics.

Les forces deformadores poden actuar sobre l'objecte de diferents maneres, i tindrem així diversos tipus d'esforç i de deformació unitària.

el

## COMMON STATES OF STRESS





# Esforç de tensió i mòdul de Young

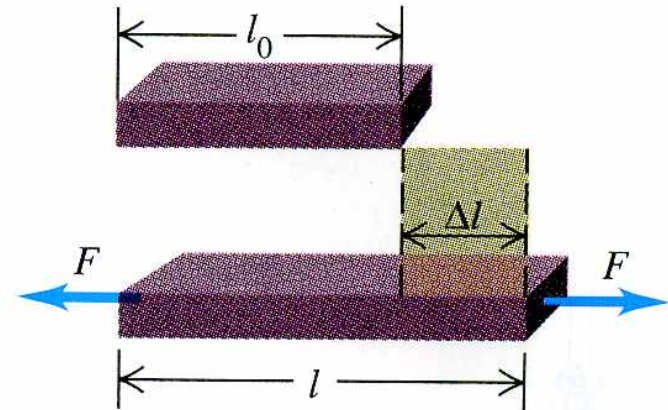
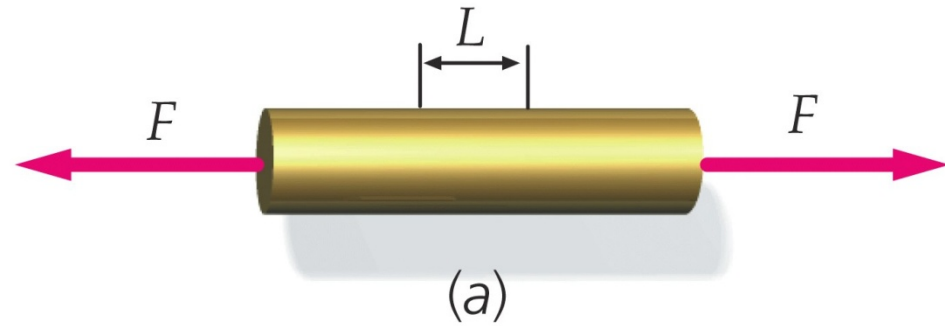
## Mòdul de Young

$$\text{esforç de tensió} = \frac{F_{\perp}}{A}$$

$$\text{deformació unitària de tensió} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\frac{\frac{F_{\perp}}{A}}{\frac{\Delta L}{L_0}} = Y \quad \text{o be} \quad Y = \frac{F_{\perp}}{A} \frac{L_0}{\Delta L}$$

$$F_{\perp} = \frac{YA}{L_0} \Delta L$$



**11-10** The tensile strain is defined as  $\Delta l/l_0$ . The elongation  $\Delta l$  is exaggerated for clarity.

# Esforç de tensió i mòdul de Young.

TABLE 12-1

Young's Modulus  $Y$  and Strengths of Various Materials<sup>†</sup>

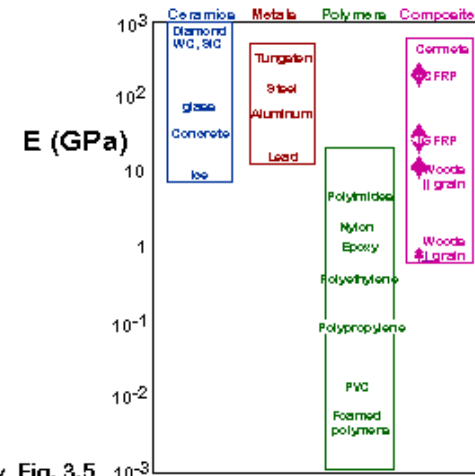
Material	$Y$ , GN/m <sup>2</sup> ‡	Tensile strength, MN/m <sup>2</sup>	Compressive strength, MN/m <sup>2</sup>
Aluminum	70	90	
Bone			
Tensile	16	200	
Compressive	9		270
Brass	90	370	
Concrete	23	2	17
Copper	110	230	
Iron (wrought)	190	390	
Lead	16	12	
Steel	200	520	520

<sup>†</sup> These values are representative. Actual values for particular samples may differ.

<sup>‡</sup> 1 GN = 10<sup>3</sup> MN = 1 × 10<sup>9</sup> N.

## COMPARISON OF YOUNG'S MODULI

$E_{\text{ceramics}} > E_{\text{metals}} \gg E_{\text{polymers}}$



Ashby, Fig. 3.5

Anderson 205-6.10

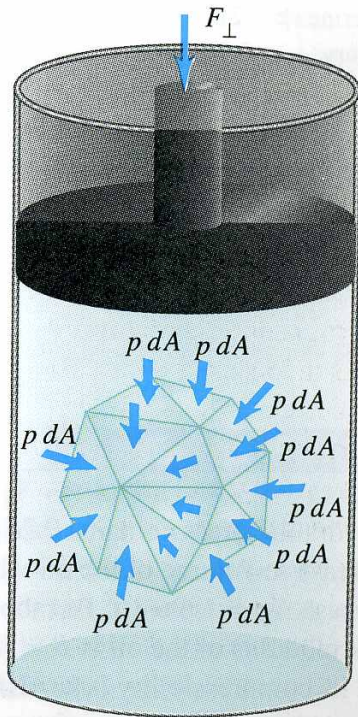
# Esforç de tensió i mòdul de Young.

---

Una barra d'acer de 2.0 m de llarg té una secció de  $0.30 \text{ cm}^2$ . Es penja una màquina de 550 kg de la barra. Determina la tensió, la deformació i l'elongació de la barra.

# Compressió.

## Compressió



**11–14** Every element  $dA$  of the surface of a submerged body experiences an inwardly normal force  $dF_{\perp} = p dA$  from the surrounding fluid.

Un objecte submergit en un fluid experimentarà una deformació en tota la seua superfície, cosa per la qual el volum canviarà de  $V$  a  $V+DV$ . En aquest cas tindrem una *deformació unitària de compressió*, i l'esforç es denomina pressió.

$$p = \frac{F_p}{A}$$

Una altra unitat habitual de pressió és l'*atmosfera*,  
 $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$

# Compressió.

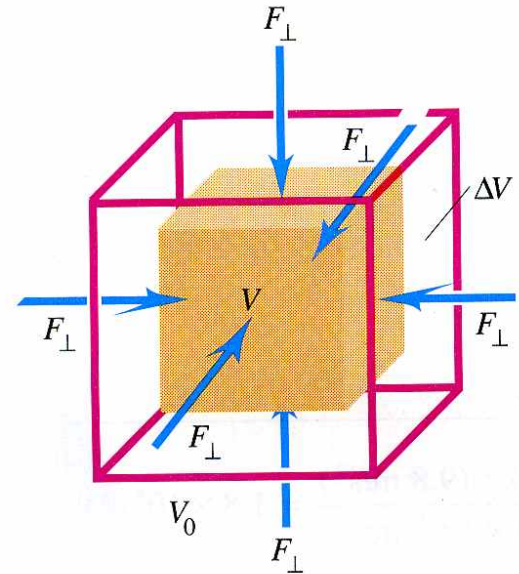
El mòdul elàstic que relaciona l'esforç de volum o pressió i la deformació unitària de volum s'anomena mòdul volumètric  $B$ ,

$$-\frac{\text{esforç de volum}}{\text{def. unit. de volum}} = B$$

$$B = -\frac{P}{\Delta V / V}$$

La compressibilitat  $k$  es defineix

$$k = \frac{1}{B} = \frac{-1}{V_0} \frac{\Delta V}{\Delta p}$$



## COMPRESSIBILITIES OF LIQUIDS

LIQUID	COMPRESSIBILITY, $k$	
	$\text{Pa}^{-1}$	$\text{atm}^{-1}$
Carbon disulfide	$93 \times 10^{-11}$	$94 \times 10^{-6}$
Ethyl alcohol	$110 \times 10^{-11}$	$111 \times 10^{-6}$
Glycerine	$21 \times 10^{-11}$	$21 \times 10^{-6}$
Mercury	$3.7 \times 10^{-11}$	$3.8 \times 10^{-6}$
Water	$45.8 \times 10^{-11}$	$46.4 \times 10^{-6}$



# Compressió.

---

Una premsa hidràulica conté  $0.25 \text{ m}^3$  (250 L) de oli. Troba el decreixement de volum de l'oli quan es subjecta a un increment de pressió de  $\Delta p = 1.6 \times 10^7 \text{ Pa}$  (unes 160 atm). El mòdul de compressibilitat de l'oli és  $B = 5.0 \times 10^9 \text{ Pa}$  (prop de  $5.0 \times 10^4 \text{ atm}$ ), i la compressibilitat és  $k = 1/B = 20 \times 10^{-6} \text{ atm}^{-1}$ .

# Cisallament

Una força  $F_s$  és de cisallament si s'aplica de manera tangencial a la superfície, en lloc de normal a aquesta com en la tensió. L'esforç rep aleshores el nom de *tensió de cisallament* o *esforç de tall*.

$$\text{tensió de cisallament} = \frac{F_s}{A}$$

$$\text{deformació de cisallament} = \tan \theta = \frac{\Delta x}{L}$$

El mòdul de cisallament,  $G$ , val doncs

$$G = -\frac{F_s / A}{\Delta x / L} = \frac{F_s / A}{\tan \theta} \approx \frac{F_s / A}{\theta}$$

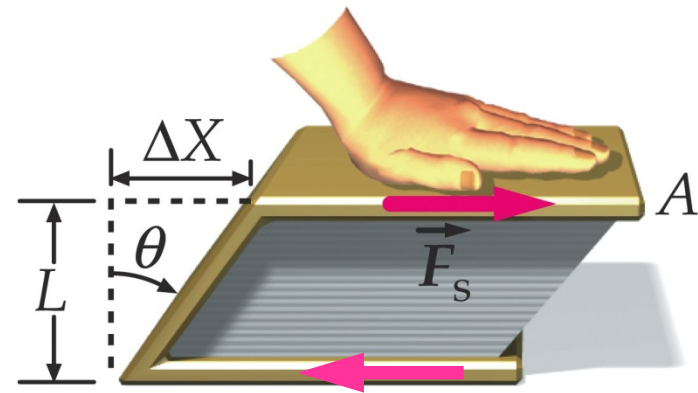


TABLE 12-2

Approximate Values of the Shear Modulus  $M_s$  of Various Materials

Material	$M_s$ , GN/m <sup>2</sup>
Aluminum	30
Brass	36
Copper	42
Iron	70
Lead	5.6
Steel	84
Tungsten	150

# Cisallament

la raó entre la tensió de cisallament i la deformació unitària de tall és una constant, el mòdul de cisallament  $G$ ,

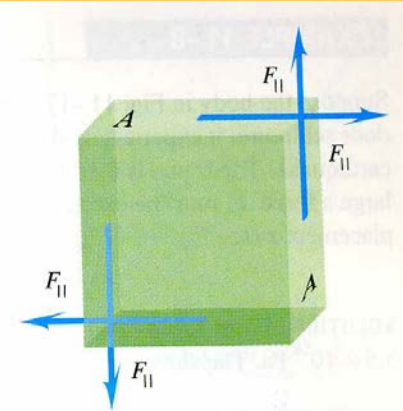
$$-\frac{\text{esforç de tall}}{\text{def. unit. de tall}} = G$$

$$G = -\frac{F_s / A}{x / h} = \frac{F_s / A}{\phi}$$

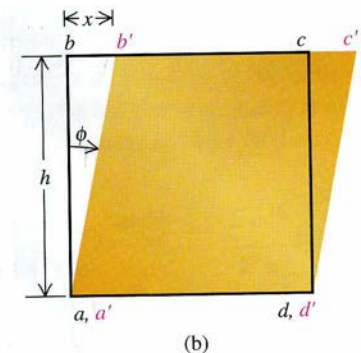
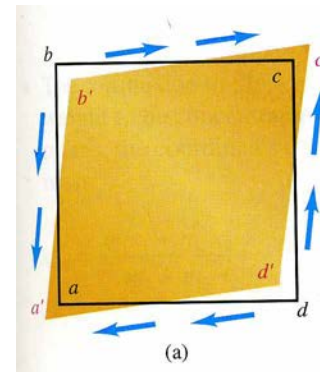
TABLE 12-2

Approximate Values of the Shear Modulus  $M_s$  of Various Materials

Material	$M_s$ , GN/m <sup>2</sup>
Aluminum	30
Brass	36
Copper	42
Iron	70
Lead	5.6
Steel	84
Tungsten	150



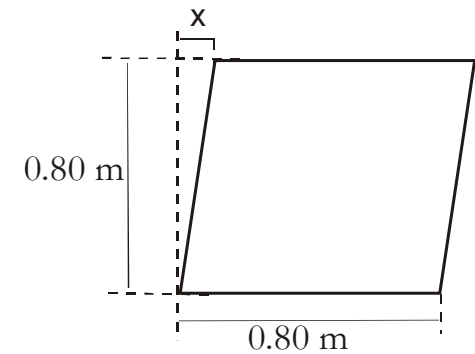
11-16 A body under shear stress. The area  $A$  is the edge area on which each force  $F_{\parallel}$  acts.



# Cisallament

La base d'una escultura en el carrer és un quadrat de llautó de 0.80 m de costat i 0.50 cm de gruix. Aquesta base experimenta forces de cisallament a causa d'un terratrèmol. ¿Quina força tangent s'ha d'exercir en cada costat si el desplaçament  $x$  és 0.16 mm?

$$G = 3.5 \times 10^{10} \text{ Pa}$$



# Resum

$\frac{\text{esforç}}{\text{deformacio unitaria}} = \text{modul d'elasticitat (constant)}$

$$\text{esforç de tensió} = \frac{F_{\perp}}{A}$$

$$\text{deformació unitària de tensió} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$Y = \frac{F_{\perp}}{A} \frac{L_0}{\Delta L}$$

$$p = \frac{F_p}{A}$$

$$B = -\frac{p}{\Delta V / V}$$

$$\text{tensió de cisallament} = \frac{F_s}{A}$$

$$\text{deformació de cisallament} = \tan \theta = \frac{\Delta x}{L}$$

$$G = -\frac{F_s / A}{\Delta x / L} = \frac{F_s / A}{\tan \theta} \approx \frac{F_s / A}{\theta}$$