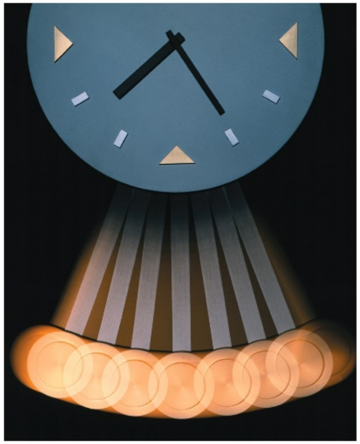
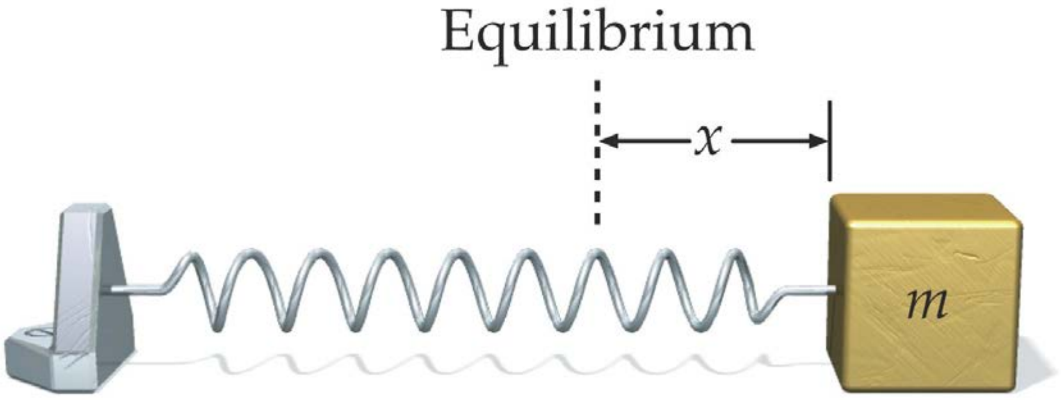
Física.
Tema 8.
Oscil·lacions

Moviment harmònic simple.
Energia en el moviment harmònic simple.
Exemples de moviments oscil·lants.
Oscil·lacions amortides.
Oscil·lacions forçades i ressonància



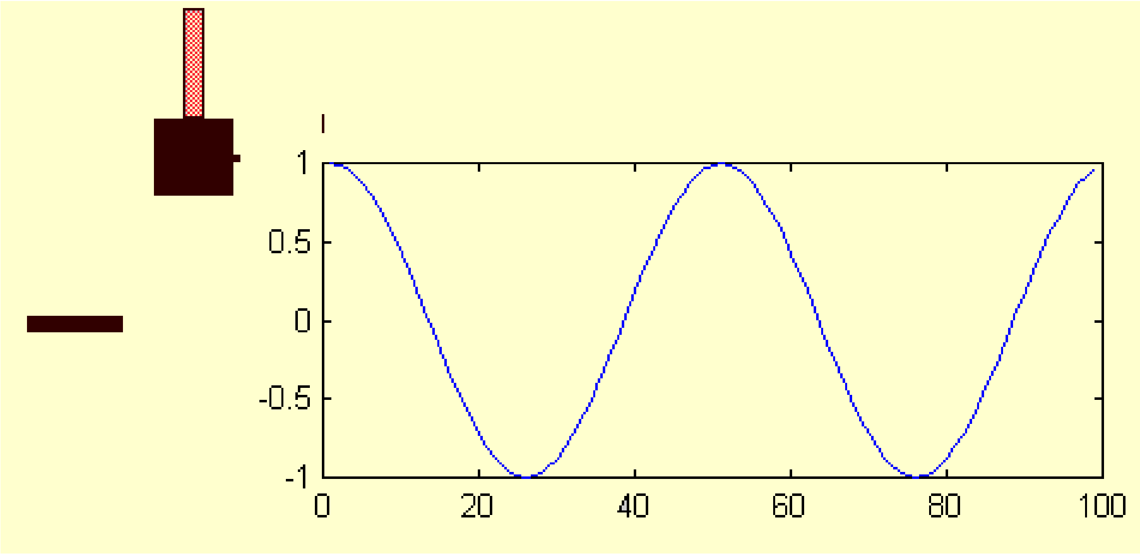
Moviment harmònic simple



Amplitud A
Periode T
Freqüència f
Freqüència angular

$$f = \frac{1}{T}$$

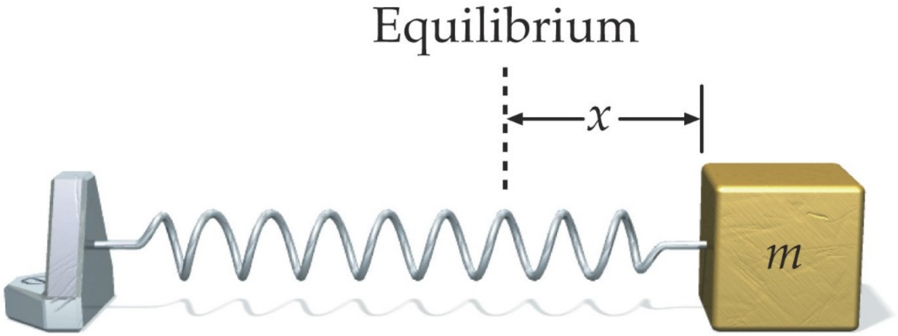
$$\omega = 2\pi f$$



Moviment harmònic simple

Com la força que actúa sobre el moll val

$$F = -kx$$



L'equació de moviment queda

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{k}{m} x$$

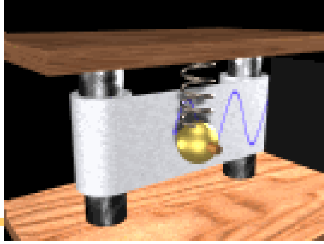
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

aleshores

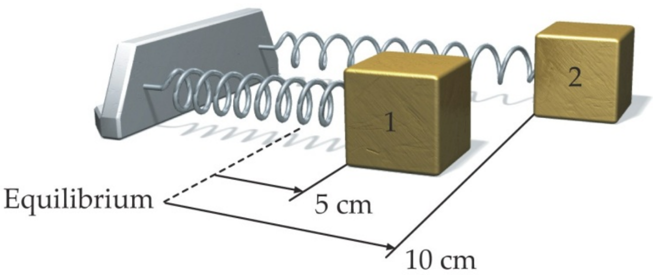
$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -\omega^2 x$$

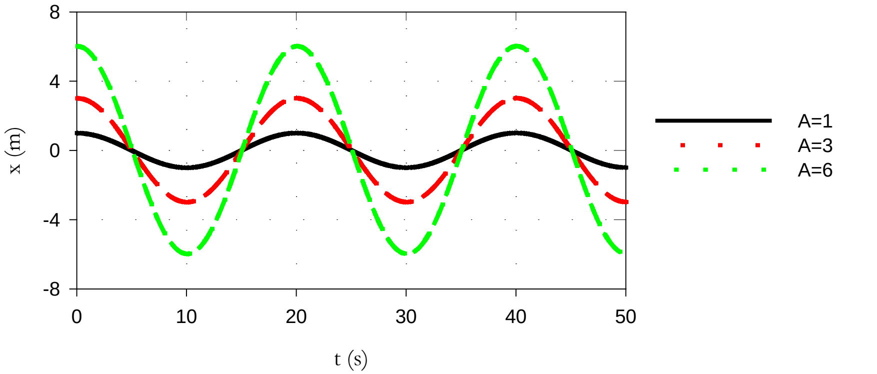
Equació diferencial d'un moviment harmònic simple

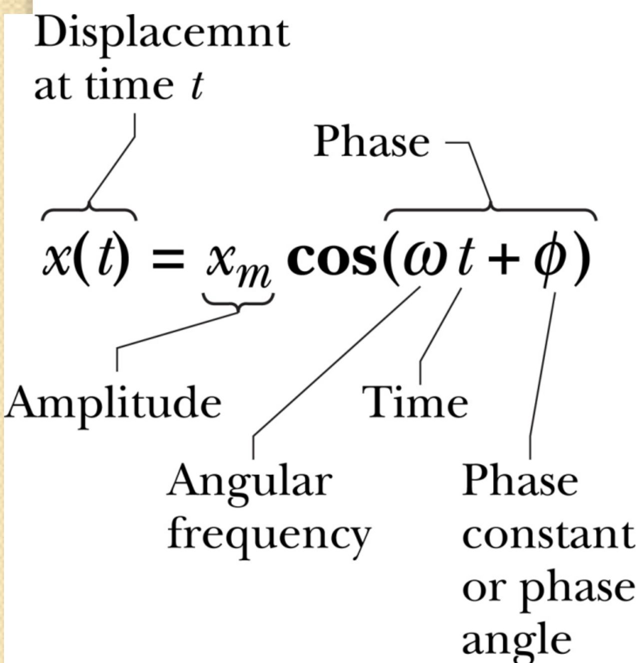
Moviment harmònic simple

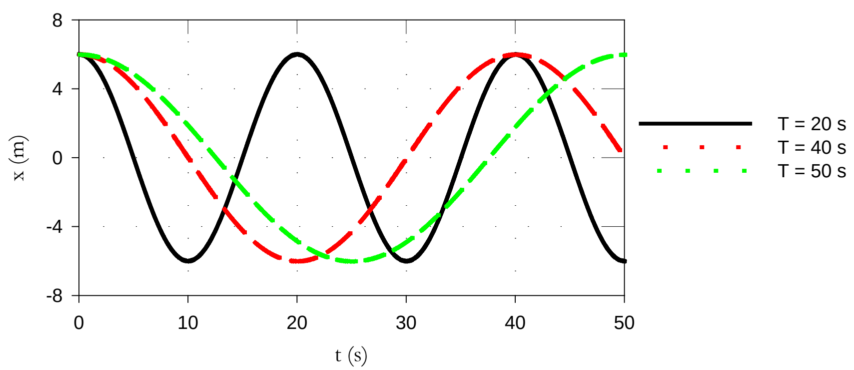


$$x(t) = A\cos(\omega t + \delta)$$





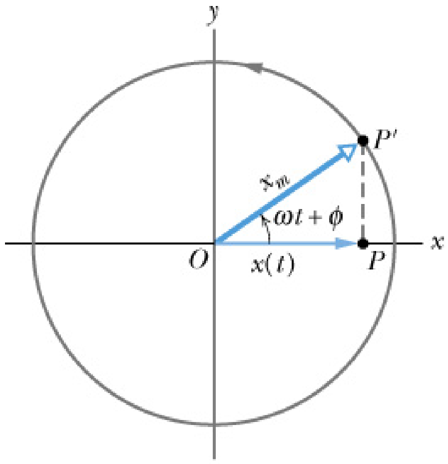




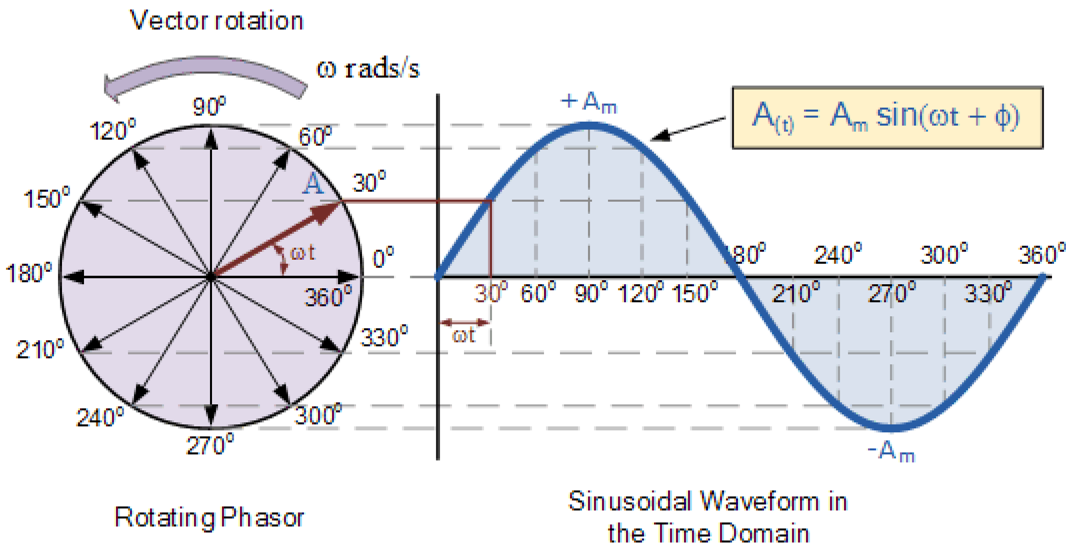
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Moviment harmònic simple: fasors

El fasor és un vector rotatori.
La projecció dóna el desplaçament del punt oscil·lant
Angle de fase indica com comença el moviment

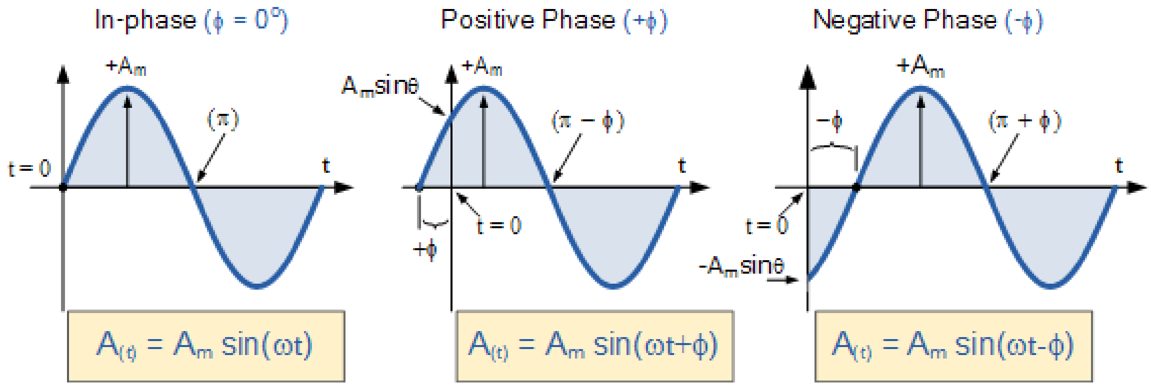


$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$



Angle de fase

$$x(t) = A\cos(\omega t)$$
$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$



L'angle de rotació dels dos moviments manté sempre la mateixa diferencia ϕ. Poden estar en fase, o el segon señal està retardat si ϕ és negatiu.

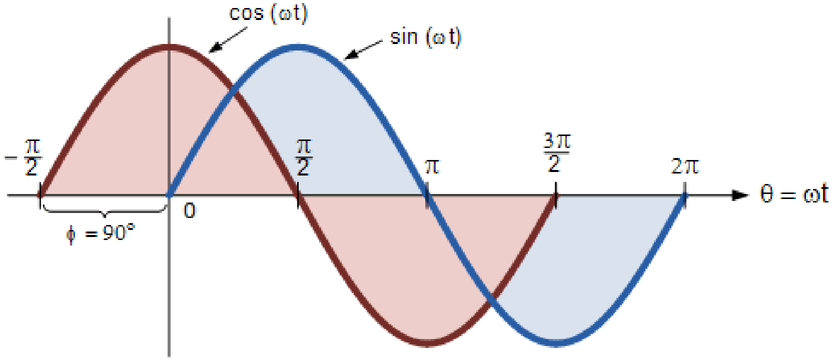
Angle de fase

De la relació general

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$$

El sinus està retrasat respecte del cosinus

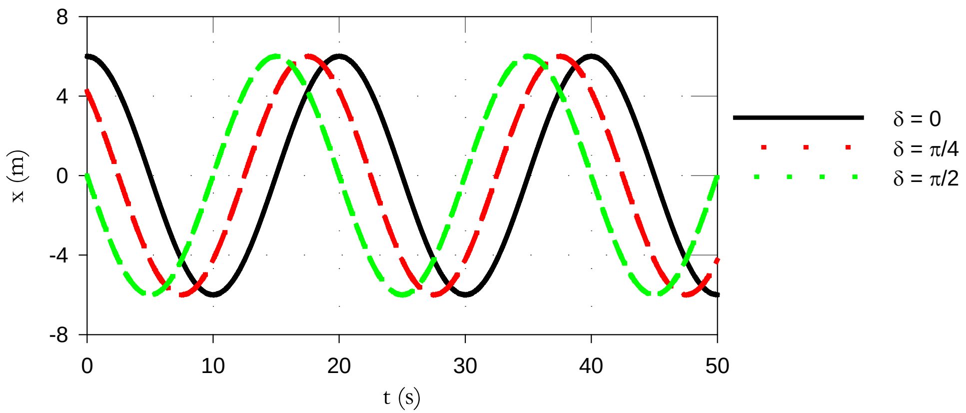
$$\sin(\omega t + 90^{o}) = \sin(\omega t + \pi/2) = \cos(\omega t)$$



Quan el desfase és de π/2 están en antifase

Angle de fase

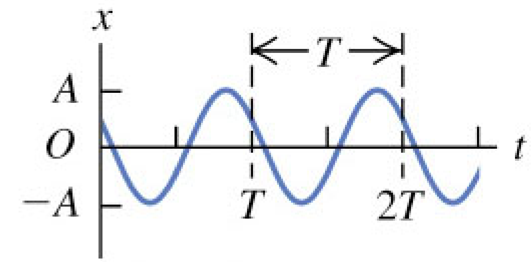
$$x(t) = A\cos(\omega t + \delta)$$



Moviment harmònic simple

Quantitats cinemàtiques

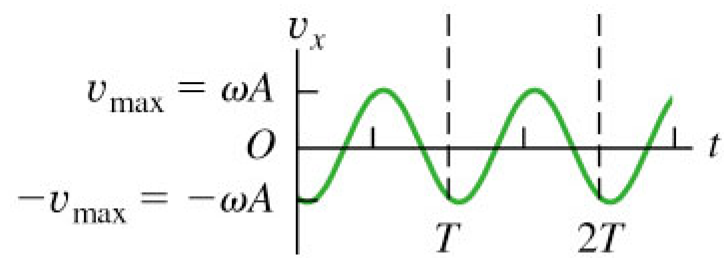
$$x(t) = A\cos(\omega t + \delta)$$



(a) Displacement

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\sin(\omega t + \delta)$$

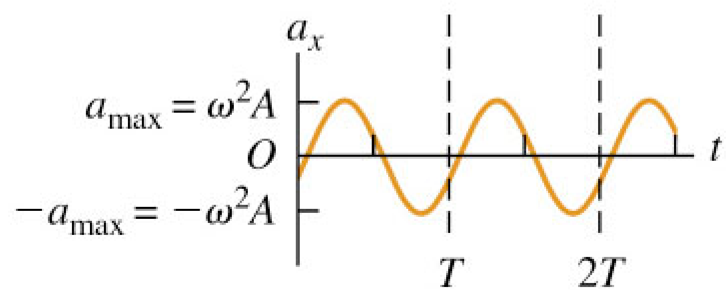
$$= \omega A\cos(\omega t + \delta + \frac{\pi}{2})$$



(b) Velocity

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \delta)$$

$$= \omega^2 A\cos(\omega t + \delta + \pi)$$



(c) Acceleration

Moviment harmònic simple

Exemple

Dibuixa estos moviments, en un cercle, i el gràfic x(t)

$$\delta_1 = \pi / 4$$

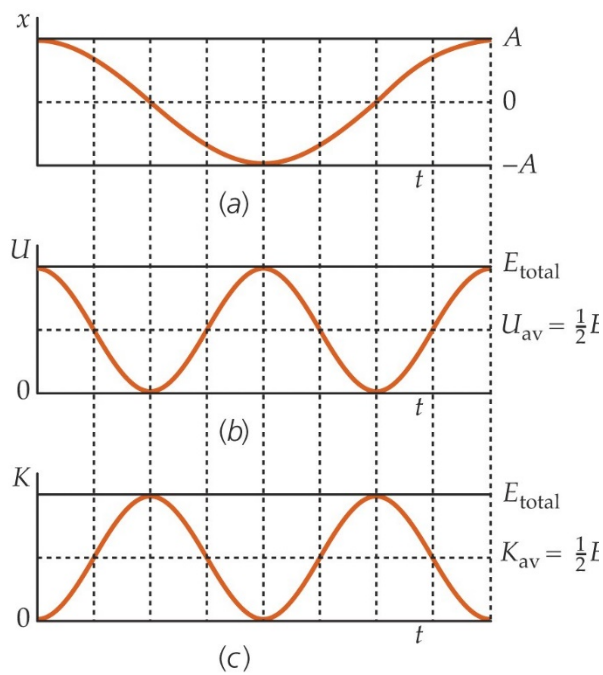
$$\delta_2 = \delta_1 + \pi / 2$$

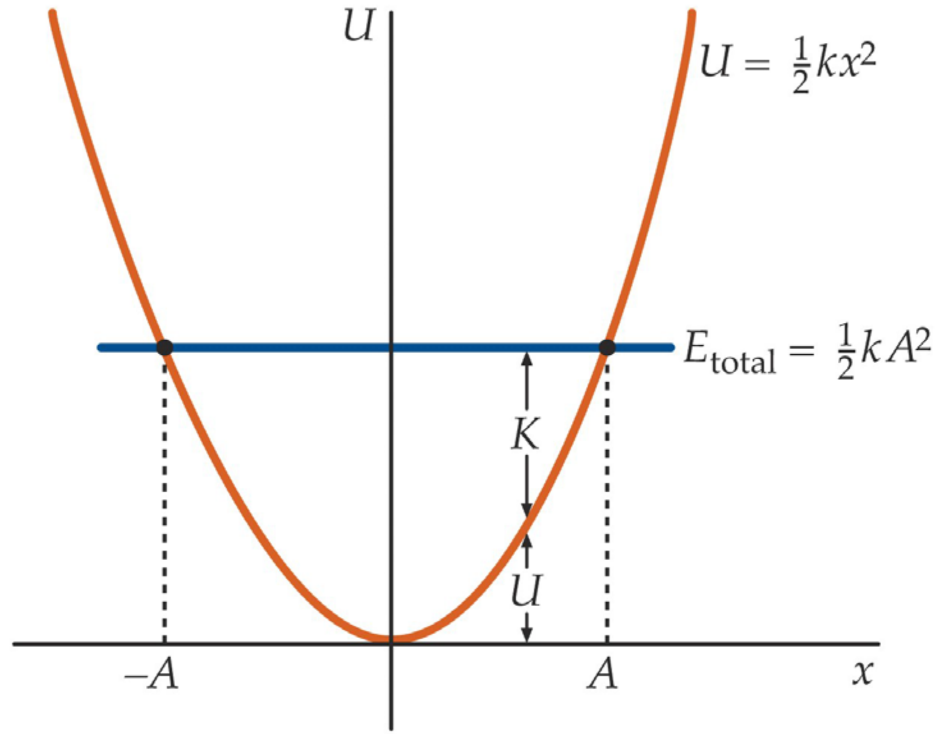
Moviment harmònic simple

4 En t=0, el desplaçament $x(0)$ del bloc d'un oscil· lador harmònic simple és de -8.5 cm. La seua velocitat $v(0)$ és de -0.92 m/s. La massa del bloc és m=20g, i la constant del moll k=11N/m. Calculeu l'amplitud del moviment i l'angle de fase.

Energia en el moviment harmònic simple.

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m(\omega A)^2 = \text{ct}$$





Oscil·lacions amortides.

Considerem que el moviment de l'oscil.lador es produeix en un medi viscos

$$F = -bv$$

La força total que actua sobre el sistema

$$F + F' = -kx - bv$$

I l'equació del moviment queda

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$$

Si definisc el temps de relaxació com $\tau = \frac{m}{b}$

I utilitze la freqüència pròpia de l'oscil.lació $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

obtinc $$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1}{\tau}\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

Aquesta eqüació diferencial presenta diverses sol.lucions

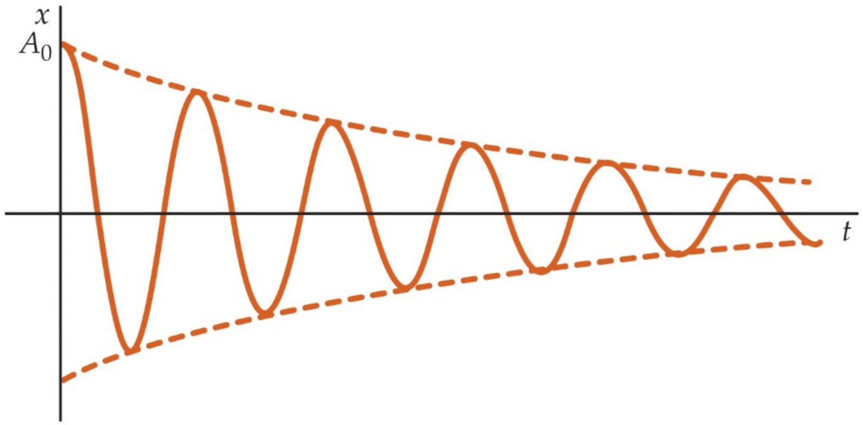
Oscil·lacions amortides.

Oscil.lacions Subamortides

$$si\ b < 2\sqrt{km}\ \left(1 < 2\omega\tau\right)$$

$$x = Ae^{-(b/2m)t}\cos\omega' t$$

$$x = Ae^{-t/2\tau}\cos\omega' t$$

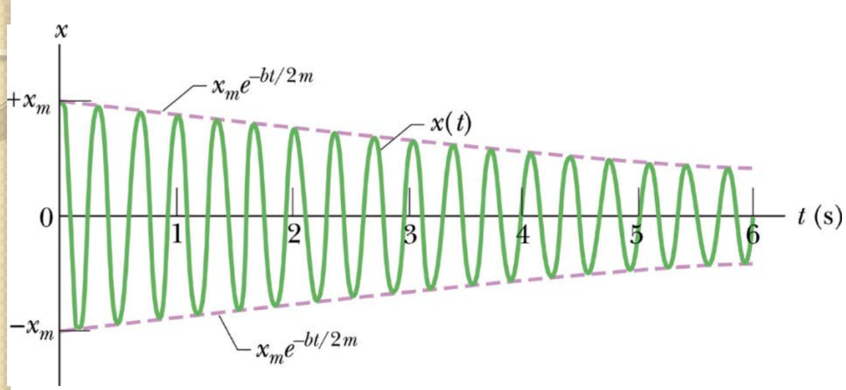


$$\omega' = \omega_0\sqrt{1-\frac{1}{4\tau^2\omega_0{}^2}}$$

Temps d'extinció o constant de temps

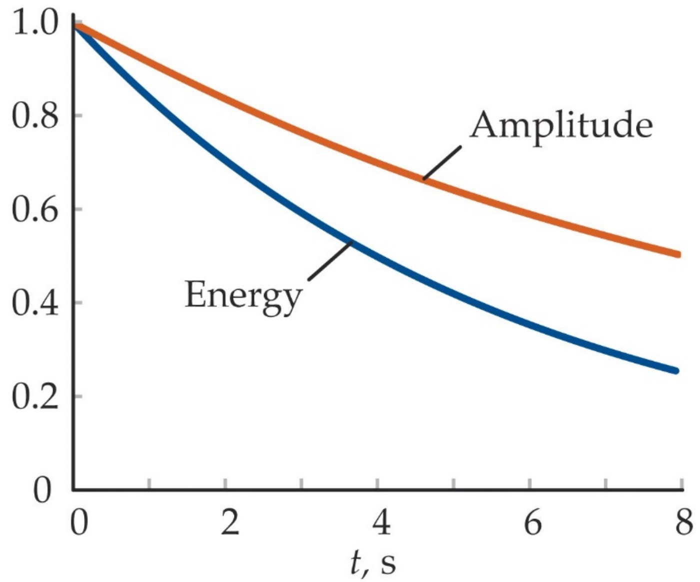
$$\tau = \frac{m}{b}$$

Oscil·lacions amortides.



$$A = A_0 e^{-t/2\tau}$$

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \underbrace{m\omega^2 A_0^2 e^{-t/\tau}}_{E = E_0 e^{-t/\tau}}$$

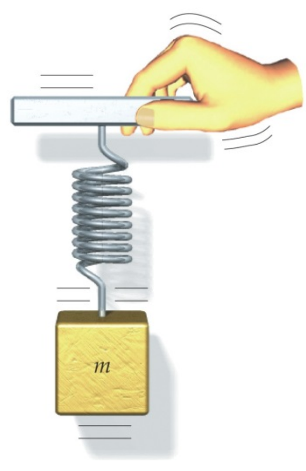


Es defineix el factor de qualitat

$$Q = \omega_0 \tau$$

És un número adimensional que indica la intensitat de l'amortiment

Oscil·lacions forçades i ressonància.



En les oscil.lacios forçades una força externa

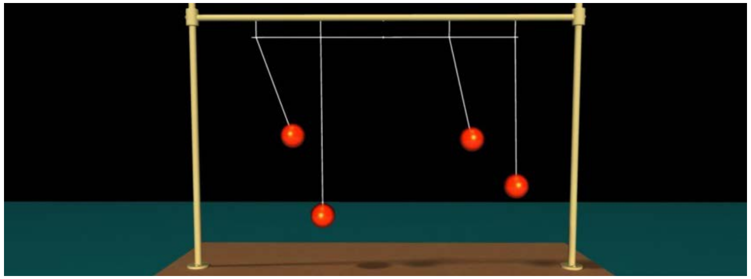
$$F_{ext} = F_0 \cos \omega_F \, t$$

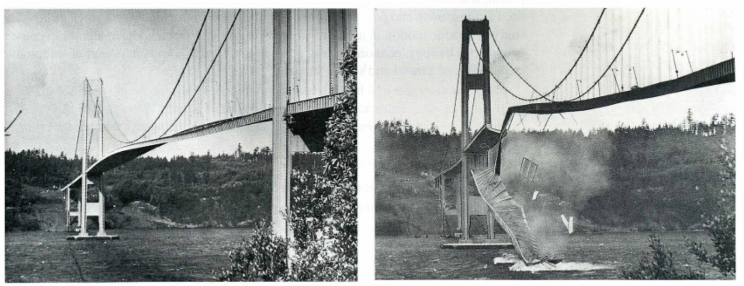
actua sobre un oscil·lador.

Existeix una freqüència natural: ω_0

i una freqüència externa: ω_F

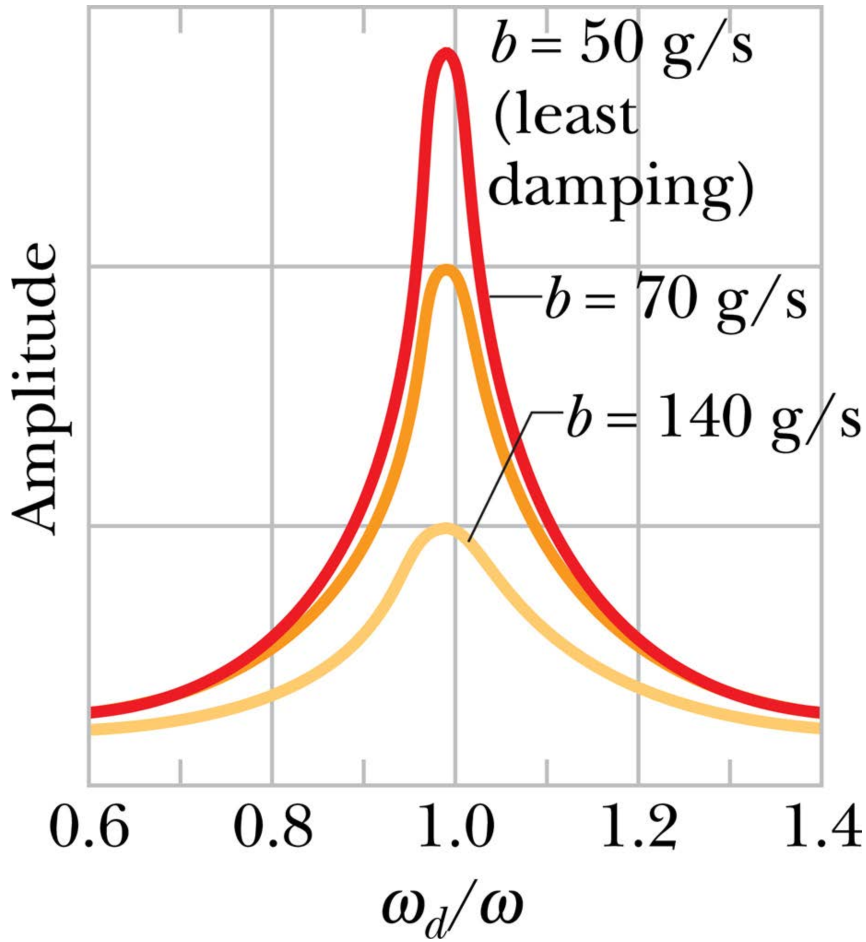
Quan les dos freqüències són pròximes es dóna el fenomen de la ressonància.





Oscil·lacions forçades i ressonància.

Estudiem l'amplitud



$$A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0{}^2 - \omega_F{}^2)^2 + (\omega_F / \tau)^2}}$$