

Práctica 4

Momento de inercia

1. Introducción.

En esta práctica comprobaremos la ecuación fundamental de la dinámica de rotación y la expresión del momento de inercia de una combinación de discos. A nivel práctico, investigaremos el movimiento uniformemente acelerado de un disco con un programa de análisis de videos para el estudio de movimientos.

(*Tracker*, <https://physlets.org/tracker/>).

Aplicaremos un momento de fuerza conocido a un cuerpo que puede rotar alrededor de un eje fijo y con un rozamiento mínimo. El momento de fuerza es aplicado por un hilo sobre una rueda de radio conocido, gracias a la fuerza gravitacional que actúa sobre una masa que cuelga del hilo. A partir de los datos de posición angular con respecto al tiempo, determinaremos el momento de inercia del cuerpo que experimenta el movimiento circular.

El momento de una fuerza respecto a un eje de rotación, momento $\vec{\tau}$, se calcula como el producto vectorial del vector de posición del punto donde se aplica la fuerza (posición relativa al eje de rotación) y la propia fuerza: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$. La segunda ley de Newton aplicada a la rotación establece que cuando existe un momento de fuerza, se produce una rotación según la relación $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$, donde $\vec{\alpha}$ es la aceleración angular e I es el momento de inercia del cuerpo, que indica la oposición del objeto al movimiento circular (compara con la ley $\vec{F} = m\vec{a}$). El momento de inercia se calcula para un sistema de partículas puntuales como $I = \sum_i m_i r_i^2$ y para distribuciones continuas de masa mediante la resolución de la integral $I = \int r^2 dm$.

2. Procedimiento experimental.

Encontraréis el sistema de los discos giratorios y del aire para reducir al máximo el rozamiento en el movimiento de rotación en el banco del laboratorio. Conecta el aire y

cuelga un primer conjunto de masas de 30 g de un hilo anudado a unos de los diámetros de los discos de aluminio, manteniendo el disco para que no ruede. Prepara tu teléfono móvil y cuando sueltes la masa y el disco, graba un video con el movimiento de rotación.



Figura 1. Imagen del dispositivo experimental.

El momento de fuerza en el disco de aluminio (flecha naranja en la imagen) es $T r = I \alpha$ mientras que el balance de fuerzas en la pesa (en la zona señalada en verde en la imagen) proporciona $P - T = ma = m \alpha r$, donde T es la tensión en el hilo, r el radio del disco de aluminio donde habéis conectado el hilo, m la masa de la pesa que cuelga y α la aceleración angular. El momento de inercia puede calcularse a partir de la expresión:

$$I = \frac{m g r - m \alpha r^2}{\alpha} \quad (1)$$

El programa *Tracker* lo podéis encontrar en el ordenador del laboratorio. En el menú *Archivo*, podéis abrir vuestro fichero de vídeo, *Abrir*. El 7º icono que aparece en la barra bajo de los menús permite mostrar u ocultar los ejes de coordenadas. Si los mostráis i os fijáis en el ángulo desde la horizontal (que ha de estar en radianes), podéis medir la posición angular para cada fotograma. En la parte inferior izquierda de la ventana del programa, donde aparece el número de fotograma, podéis cambiar a una escala de tiempo.

Con las parejas de datos, podéis representar $\theta = \frac{1}{2} \alpha t^2$, en función del tiempo al cuadrado,

o $\ln \theta = 2 \ln t + \ln \frac{\alpha}{2}$. De un ajuste por mínimos cuadrados, tienes que obtener la aceleración angular. Calcula el momento de inercia del conjunto de discos empleado a partir de la expresión $I = \frac{1}{2} M R^2$, que describe el momento de inercia de un disco cuando

gira alrededor de un eje perpendicular a su plano y que pasa por su centro. Podéis determinar las masas con la balanza que encontraréis en el laboratorio. La masa del disco grande sobrepasa el valor máximo de la balanza, de manera que podéis utilizar el valor dado por el fabricante: $I_{\text{disco graduado}} = 126 \text{ Kg}\cdot\text{cm}^2$. Comprueba que ambas determinaciones del momento de inercia (datos de movimiento y cálculo de masas y radios) coinciden.