

Pràctica 4

Moment d'inèrcia

1. Introducció.

En aquesta pràctica comprovarem l'equació fonamental de la dinàmica de rotació i l'expressió del moment d'inèrcia d'una combinació de discos. A nivell pràctic, investigarem el moviment uniformement accelerat d'un disc amb un programa d'anàlisi de vídeos per a l'estudi de moviments (*Tracker*, <https://physlets.org/tracker/>).

Aplicarem un moment de força conegut a un cos que pot rotar al voltant d'un eix fix i amb un fregament mínim. El moment de força és aplicat per un fil sobre una roda de radi conegut, gràcies a la força gravitacional que actua sobre una massa que penja del fil. A partir de les dades de posició angular respecte al temps, determinarem el moment d'inèrcia del cos que experimenta el moviment circular.

El moment d'una força respecte a un eix de rotació, moment $\vec{\tau}$, es calcula com el producte vectorial del vector de posició del punt on s'aplica la força (posició relativa a l'eix de rotació) i la pròpia força: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$. La segona llei de Newton aplicada a la rotació estableix que quan existeix un moment de força, es produeix una rotació segons la relació $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$, on $\vec{\alpha}$ és l'acceleració angular i I és el moment d'inèrcia del cos, que indica l'oposició de l'objecte al moviment circular (compareu amb la llei $\vec{F} = m\vec{a}$). El moment d'inèrcia es calcula per a un sistema de partícules puntuals com a $I = \sum_i m_i r_i^2$ i per a distribucions contínues de massa mitjançant la resolució de la integral $I = \int r^2 dm$.

2. Procediment experimental.

Trobareu el sistema dels discos giratoris i de l'aire per reduir al màxim el fregament en el moviment de rotació en el banc del laboratori. Connecteu l'aire i pengeu un primer conjunt de masses de 30 g d'un fil nugat a uns dels diàmetres dels discos d'alumini, mantenint el disc per a què no rode. Prepareu el vostre telèfon mòbil i quan solteu la massa i el disc, graveu un vídeo amb el moviment de rotació.

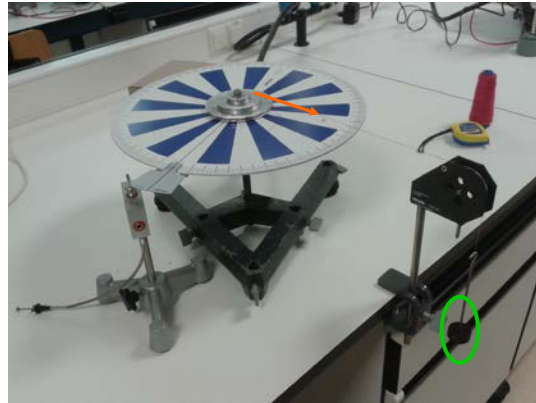


Figura 1. Imatge del dispositiu experimental.

El moment de força en el disc d'alumini (fletxa taronja en la imatge) és $T r = I \alpha$ mentre que el balanç de forces en la pesa (en la zona encerclada en verd en la imatge) dóna $P - T = ma = m \alpha r$, on T és la tensió en el fil, r el radi del disc d'alumini on heu connectat el fil, m la massa de la pesa que penja i α l'acceleració angular. El moment d'inèrcia pot calcular-se a partir de l'expressió:

$$I = \frac{m g r - m \alpha r^2}{\alpha} \quad (1)$$

El programa *Tracker* el podeu trobar en l'ordinador del laboratori. En el menú *Archivo*, podeu obrir el vostre fitxer de vídeo, *Abrir*. La 7^a icona que apareix en la barra baixa dels menús permet mostrar o amagar els eixos de coordenades. Si els mostreu i us fixeu en l'angle des de l'horitzontal (que ha d'estar en radians), podeu mesurar la posició angular per a cada fotograma. En la part inferior esquerra de la finestra del programa, on apareix el número de fotograma, podeu canviar a una escala de temps. Amb les parelles de dades, podeu representar $\theta = \frac{1}{2} \alpha t^2$, en funció del temps al quadrat, o $\ln \theta = 2 \ln t + \ln \frac{\alpha}{2}$. D'un ajust per mínims quadrats, heu d'obtindre l'acceleració angular. Calculeu el moment d'inèrcia del conjunt de discos emprat a partir de l'expressió $I = \frac{1}{2} M R^2$, que descriu el moment d'inèrcia d'un disc quan gira al voltant d'un eix perpendicular al seu pla i que passa pel seu centre. Podeu determinar les masses amb la balança que trobareu al laboratori. La massa del disc gran sobrepassa el valor màxim de la balança, de manera que podeu utilitzar el valor donat pel fabricant: $I_{disc \text{ graduat}} = 126 \text{ Kg} \cdot \text{cm}^2$. Comproveu que ambdues

determinacions del moment d'inèrcia (dades de moviment i càlcul de masses i radis) coincideixen.