

## Práctica 2

### Determinación del coeficiente de rozamiento dinámico

#### 1. Introducción.

En esta práctica estudiaremos cómo afecta el rozamiento al movimiento uniformemente acelerado en un plano inclinado. Se trata de determinar la aceleración a partir de la medida de la velocidad para diferentes desplazamientos sobre el plano inclinado y estimar en qué grado la aceleración neta depende por una parte de la acción de la gravedad y por otra de la fuerza de rozamiento.

Consideraremos el movimiento de un bloque de masa  $M$  en un plano inclinado un ángulo  $\theta$  (ver la Fig. 1), que es tirado por un segundo bloque, de masa  $m$ . Despreciaremos la masa de la polea y el rozamiento de la cuerda con ella. El bloque de masa  $M$  estará inicialmente en reposo, en la posición que tomaremos como  $d = 0$  m. Calcularemos la velocidad  $v$  del bloque móvil para diferentes desplazamientos  $d$ . El móvil experimentará un movimiento uniformemente acelerado con aceleración  $a$ .

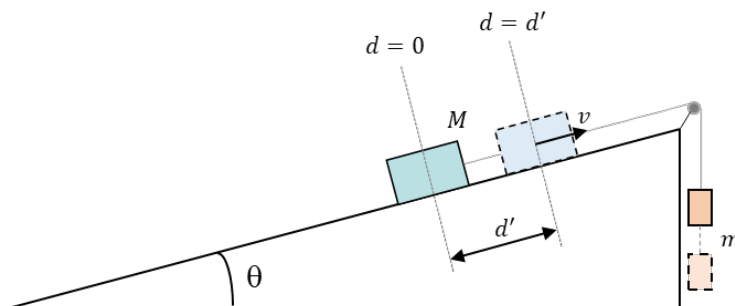


Fig. 1. Desplazamientos  $d$  del bloque móvil de masa  $M$  sobre el plano inclinado.

Según las leyes de la cinemática, si la velocidad inicial es igual a cero,

$$d = \frac{1}{2}at^2, \quad v = at. \quad (1)$$

Por lo tanto, obtenemos que

$$v^2 = 2ad \quad (2)$$

En las ecuaciones anteriores,  $v$  es la velocidad del móvil cuando ha recorrido una distancia  $d$  a lo largo del plano inclinado.

El diagrama de las fuerzas sobre el cuerpo en el plano inclinado, de masa  $M$ , considera su peso ( $P_M = Mg$ , con  $g$  la aceleración de la gravedad), la fuerza que realiza el plano inclinado sobre este cuerpo móvil (fuerza normal,  $F_N$ ), la fuerza de fricción que se opone al movimiento,  $F_{fr}$ , y  $T$ , la tensión de la cuerda de la que cuelga la masa  $m$  (ver la Fig. 2). Cuando el bloque está en movimiento, en el eje longitudinal del plano inclinado actúan la componente del peso en esa dirección y la fuerza de rozamiento, que considera el coeficiente de fricción dinámico,  $\mu$ , las dos en el mismo sentido, y la tensión de la cuerda, en sentido contrario. En la dirección perpendicular, se igualan la componente correspondiente del peso y la fuerza normal.

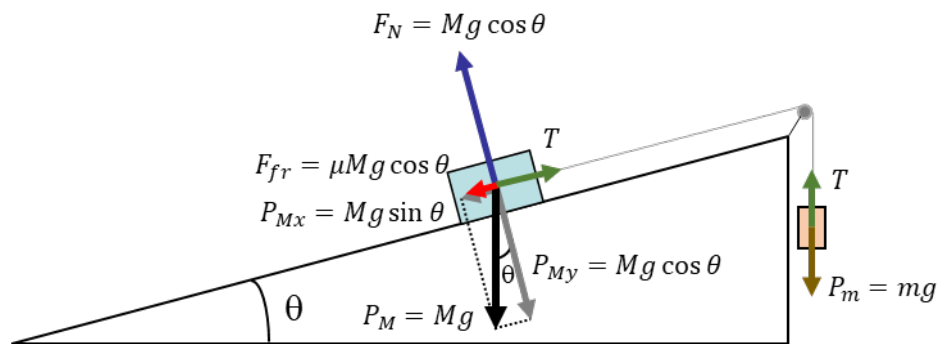


Fig. 2. Diagrama de fuerzas de un móvil sobre el plano inclinado.

Matemáticamente, la relación de fuerzas en el eje longitudinal del plano inclinado, y en la masa  $m$ , se expresan, respectivamente:

$$T - \mu Mg \cos \theta - Mg \sin \theta = Ma, \quad mg - T = ma \quad (3)$$

y por tanto, la aceleración en presencia de rozamiento es igual a:

$$a = \frac{mg - Mg(\sin \theta + \mu \cos \theta)}{M + m} \quad (4)$$

En ausencia de fricción, la aceleración sería

$$a_0 = \frac{mg - Mg \sin \theta}{M + m} \quad (5)$$

Por otro lado, el coeficiente de fricción se puede calcular como

$$\mu = \frac{mg - Mg \sin \theta - (M + m)a}{Mg \cos \theta} = \frac{M + m}{Mg \cos \theta} (a_0 - a) \quad (6)$$

Nuestro objetivo es medir  $v$ , para diferentes valores de la distancia recorrida por el bloque móvil,  $d$ , y así determinar el valor de la experimental de la aceleración (con rozamiento) a partir de un ajuste por mínimos cuadrados. Conocido, a partir de un cálculo geométrico, el ángulo de elevación del carril  $\theta$ , se puede obtener  $\mu$ .

## 2. Método experimental.

En primer lugar, para inclinar el carril, coloca una caja bajo uno de sus pies. El ángulo de inclinación depende de la distancia  $L$  entre los pies del carril (cuando no se ha inclinado) y de la elevación  $h$  (altura de la caja) según la expresión  $\sin \theta = h/L$ . Coge un patín de madera y, si es necesario, monta la bandera (ver Fig. 3). Monta también la polea y engancha el soporte de las pesas al patín de madera con la ayuda del hilo.

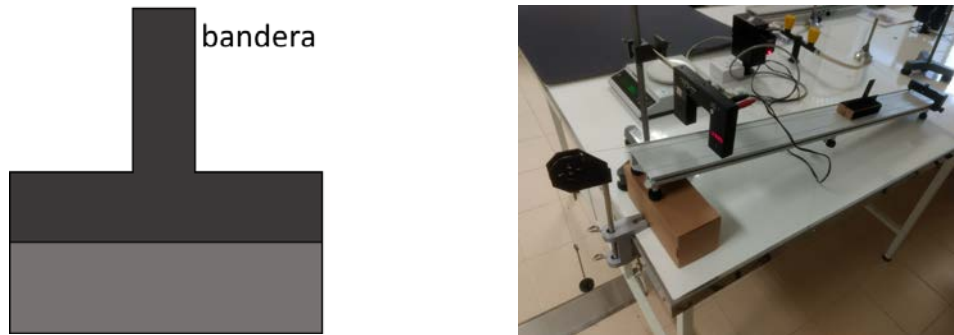


Fig. 3. Montaje experimental: (izquierda) patín y (derecha) montaje con la célula fotoeléctrica.

Una célula fotoeléctrica servirá para determinar la velocidad del móvil, a partir de la medida del tiempo  $t$  que la bandera está bloqueando el haz luminoso de la célula:

$$v = \frac{d_{ef}}{\bar{t}} \quad (7)$$

donde  $d_{ef}$  es la longitud efectiva de la bandera, que has de medir. Un punto clave en el experimento es la medida correcta de la velocidad. **La fotocélula se coloca en una posición fija al final del carril**, y se libera el patín (la pieza de madera) en diferentes posiciones separadas una distancia de 10 cm. Consideraremos como referencia en cada posición el punto en que la bandera empezará a cortar el haz luminoso de la célula. La velocidad medida se interpretará como una velocidad media correspondiente a la anchura de la bandera.

Para comenzar las medidas, sujeta el patín en las diferentes posiciones, y asegúrate de que parte del reposo,  $v_0 = 0$ , soltándolo sin impulso inicial. Se realizarán medidas del coeficiente de fricción entre el carril de plástico y la parte vestida de la pieza de madera, con una masa colgando de la polea de 60 g (10 el soporte y otros 50 g), y, si da tiempo en la sesión, también del coeficiente de fricción entre el carril de plástico y la superficie de madera del patín, con una masa colgando de la polea de 50 g (10 el soporte y otros 40 g).

Lee el tiempo  $t$ , que mide la fotocélula, y apunta los valores medidos. Han de realizarse tres lecturas de tiempo por cada posición de salida para reducir el error de la

medida. Cambia la posición de salida y repite el proceso. Construye una tabla con los 3 valores de  $t$ , su media y la velocidad  $v$ .

Si comparamos la ecuación  $v^2 = 2 a d$  con la ecuación de una recta  $y = m x + n$ , comprobamos que podemos identificar como variable independiente ( $x$ ) a la distancia recorrida  $d$ , como variable dependiente ( $y$ ) a la velocidad al cuadrado  $v^2$ , y como pendiente ( $m$ ) al producto  $2a$ . La ordenada en el origen ( $n$ ) sería en este caso igual a cero.

Añade a la tabla los valores de  $x$  y de  $y$ , es decir  $d$  y  $v^2$ , represéntalos gráficamente y calcula la recta que mejor define su comportamiento mediante un ajuste por mínimos cuadrados. A partir de la **pendiente del ajuste**, obtén el valor de la **aceleración experimental** y compáralo con el cálculo de la **aceleración cuando no hay rozamiento**,  $a_0$  (ecuación 5). Después, conocidos los valores de la aceleración de la gravedad y el ángulo de inclinación del carril, debes obtener el valor del coeficiente de rozamiento (a partir del último término de la ec. 6). No olvides determinar los valores de las masas involucradas, puesto que también son necesarios.

Como resultados, has de proporcionar la tabla solicitada, la representación de  $v^2$  en función de  $d$  y su ajuste, la comparación entre los valores de la aceleración experimental y la aceleración sin rozamiento, y el valor del coeficiente de rozamiento con su error, para los dos casos estudiados.

### 3. Cuestiones adicionales.

1. Comenta si la aceleración experimental es mayor o menor que  $a_0$ .
2. ¿Cómo afectaría al experimento que la longitud de la bandera fuera de 10 cm en vez de los 2,5 cm que tiene la que habéis utilizado?